NOTE SUR
LE JUGEMENT GÉOMÉTRIQUE

Par M. Arnold Reymond

Privat-docent à l'Université de Lausanne.

Les découvertes, qui, depuis un siècle, ont illustré la géométrie, ont une importance capitale, non seulement dans le domaine des mathématiques, mais dans celui de la philosophie. C'est à la lumière de ces découvertes que je voudrais étudier la nature du jugement géométrique telle que Kant l'avait établie dans l'esthétique transcendentale.

L'esthétique transcendentale, en effet, s'efforce entre autres choses de montrer comme quoi le jugement géométrique conserve un caractère de nécessité tout en s'appliquant aux phénomènes de la réalité. Cette démonstration s'appuie soit sur des arguments métaphysiques tirés de la nature de l'espace et que nous laisserons de côté, soit sur soit sur une analyse des bases de la géométrie. Cette analyse seule nous intéresse.

Prenons, dit Kant, l'un des axiomes fondamentaux de la géométrie : la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre. Les deux concepts renfermés dans cette proposition sont étrangers l'un à l'autre, puisque l'un « droit » relève de la qualité et que l'autre « court » fait appel à la quantité. Comment se trouvent-ils cependant unis d'une façon indissoluble dans notre esprit ? C'est, répond Kant, en vertu des formes à priori de notre sensibilité, l'espace et le temps. Tout phénomène doit, pour être connu et donner prise à l'activité de l'entendement, revêtir ces formes. C'est la raison pour laquelle les jugements géométriques sont nécessaires et rendent en même temps compte des données de l'expérience. Ce double caractère s'explique par une synthèse à priori qui s'effectue grâce aux formes à priori de notre sensibilité.

Kant établissait ainsi une distinction essentielle entre les juge-

ments de la logique formelle qu'il estimait être analytiques et les jugements géométriques qu'il regardait comme synthétiques à priori.

Cette déduction paraissait inattaquable au point de vue spécial qui nous occupe. Les récents travaux de la géométrie sont venus la ruiner presque complètement, semble-t-il. Il ne saurait être question de rappeler même brièvement l'histoire et le contenu de ces travaux. Disons seulement ce qui suit à propos de l'axiome de la ligne droite étudié par Kant. La notion d'une longueur déterminée, que cet axiome implique, n'est pas indispensable à l'existence de toute géométrie.

La géométrie projective se passe complètement de cette notion; le rapport dit anharmonique qui existe entre trois points et un quatrième et qui sert de base à cette géométrie, est obtenu par une construction qui ne fait pas appel à des longueurs déterminées.

Les relations de points se ramènent à des différences de position sans qu'il soit nécessaire d'exprimer métriquement ces différences. Un point est déterminé si nous savons seulement qu'il se trouve entre deux autres. Peu importe la portion d'étendue occupée par les points considérés pourvu que leurs positions respectives conservent les mêmes relations. L'espace projectif n'implique point l'axiome que la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre.

La notion d'une longueur déterminée intervient dès l'instant où nous appliquons la géométrie à l'étude des phénomènes matériels; mais cette longueur peut être définie de diverses manières permettant d'obtenir des figures solides ou groupes qui diffèrent entre eux mais qui rendront également compte des données de l'expérience. La synthèse que Kant prend pour point de départ de ses déductions n'implique point la nécessité d'une forme à priori de notre sensibilité.

Elle s'explique comme suit, semble-t-il. Le contact de notre être perceptif avec le réel nous amène à reconnaître que certains mouvements visuels ou autres exigent moins d'efforts que d'autres pour constater une relation entre deux points. De ce minimum d'effort, l'esprit tire le concept de « droit » quand il a plus spécialement en vue la forme du chemin parcouru et de « court » lorsqu'il songe au temps employé à le parcourir. De là vient que les concepts droit et court paraissent indissolublement unis. Ils ont même origine et s'appellent réciproquement comme les deux faces d'un même phénomène. Mais le réel se prête-t-il à ce que le moindre effort concevable soit réalisé? Si tout porte à le croire, rien ne le garantit. Quoi qu'il en soit, l'esprit conçoit ce minimum comme possible et il en fait le fon-

dement de la géométrie euclidienne. L'axiome choisi par Kant n'est pas une synthèse irréductible; il témoigne déjà, selon l'expression de M. Boutroux, de l'effort que fait l'esprit pour s'adapter les choses.

Le jugement géométrique peut par suite se ramener à des jugements de logique générale, comme l'ont montré en particulier MM. Peano, Russell et Couturat. Le point, telle ou telle relation entre deux points sont posés comme notions premières. Sur ces bases indéfinissables, le jugement géométrique opère comme tout autre jugement; il ne bénéficie pas du privilège que Kant croyait devoir lui accorder.

Il reste cependant un élément irréductible de synthèse dans les notions qui sont à la base de tout jugement géométrique et la présence de cet élément justifie en partie la thèse kantienne. Pour maintenir la rigueur de ses déductions, la géométrie considère le point comme la limite d'une aire qui tend vers 0, et, en ce sens, il est inétendu.

Mais, comme élément d'espace, le point conserve quelque étendue, sinon la géométrie n'aurait aucune prise sur les phénomènes réels. Il y a là une synthèse d'une nature spéciale et qui paraît bien avoir ses conditions dans quelque pouvoir à priori de notre sensibilité, c'est-à-dire donné avant toute expérience et comme condition de cette dernière. C'est par ce pouvoir que, grâce aux catégories de l'entendement, nous pouvons juxtaposer et relier le divers donné dans l'intuition sensible. L'esprit humain, dirons-nous, a la capacité de concevoir les choses sous forme d'espace sans que cette forme soit entièrement déterminée à priori.

DISCUSSION

M. **Couturat** (Paris). — Je suis tout à fait de l'avis de M. Reymond dans sa critique de la théorie kantienne, et j'ai dit à peu près la même chose dans un article récent[1]. Je ferai seulement une réserve sur la dernière partie de son exposé s'il croit trouver un élément synthétique et intuitif dans la notion de point. Eh bien! si paradoxale que paraisse cette assertion, la Géométrie n'a pas besoin de la notion de point. Les points ne sont que les termes primitifs et indéfinissables des *relations* géométriques, et ce sont ces relations qui seules constituent l'objet de la Géométrie. La Géométrie pure n'a plus pour objet l'es-

[1] *Sur la philosophie des mathématiques de Kant*, ap. Revue de Métaphysique et de Morale, mai 1904.