qu'on puisse, en *combinant* plusieurs principes dans une déduction, en tirer des propositions nouvelles, qui ne soient impliquées dans aucun d'eux séparément, et par suite plus générales que chacun ou que quelques-uns d'entre eux. Ce n'est pas sans raison que Leibniz désignait l'art d'inventer par le nom de *Combinatoire*. Dira-t-on que cette Combinatoire est une méthode synthétique? On le peut, c'est une question de mots; mais il devra être bien entendu qu'il s'agit là de synthèses purement logiques et intellectuelles, qui ne doivent rien à l'intuition sensible; ou, si l'on veut encore donner une intuition pour base à cette synthèse, ce ne pourra être qu'une intuition rationnelle.

DISCUSSION

M. **Chartier** (Paris). — En écoutant et en suivant sur le tableau les démonstrations très simples de M. Couturat, je n'ai pu m'empêcher de penser que tout cela c'était de la Géométrie; non pas certes de la géométrie ordinaire, dans laquelle les parties de l'espace différentes renferment des parties distinctes de figures suggérées par les objets usuels, mais une Géométrie conventionnelle, dans laquelle les positions sont occupées par des figures conventionnelles, chiffres ou signes. J'avais déjà remarqué, dans la théorie algébrique des permutations, des opérations réellement géométriques, comme celle qui consiste à apercevoir trois places distinctes de c dans $a\ b\ c$, c'est-à-dire trois créneaux pour deux lettres. Je me demande si nous n'avons pas encore quelque chose du même genre ici. Je ne vois pas de différence radicale entre la synthèse d'intuition qui nous fait combiner une figure géométrique avec une autre, et l'opération qui consiste ici à unir deux lettres qui étaient d'abord séparées. En un mot, je vois dans ces démonstrations un jeu de patience dont les transpositions, réglées par convention, sont plus ou moins compliquées; et je me demande, puisqu'aussi bien vous ne pouvez vous passer de symboles dans l'espace, si vous ne laissez pas pénétrer dans vos raisonnements quelque chose de la nature de l'espace, et si l'espace n'est pas le lien fondamental de nos raisonnements. En d'autres termes, votre Logique est-elle indépendante, je ne dis pas seulement de telle ou telle forme des signes, mais des propriétés intuitives de la forme spatiale comme : haut et bas, droite et gauche, juxtaposé et séparé?

M. **Couturat**. — Les observations de M. Chartier, en tant qu'elles tendent à montrer la part de l'intuition dans le raisonnement logique, n'ont de valeur que dans la conception nominaliste, qui considère le calcul logique (ainsi que le calcul algébrique) comme un simple jeu de symboles sans signification. Or cette conception, insoutenable au sujet de l'Algèbre, l'est encore plus au sujet de la Logistique; car si l'on peut, à la rigueur, dépouiller les symboles mathématiques de leur signification sans ruiner les déductions mathématiques, on ne peut pas priver les symboles logiques de leur signification sans enlever aux raisonnements leur valeur et même leur sens. Par exemple, si le signe d'implication $\supset$ n'avait plus le sens d'*implication*, on ne pourrait plus rien déduire, puisque les prémisses n'*impliqueraient* plus la conclusion. Pour réfuter le nominalisme, si fréquent chez les mathématiciens, qui assimilent volontiers leurs calculs au jeu d'échecs, il suffit de citer une remarque très simple et très forte de M. le prof. Frege, d'Iéna, un des logiciens les plus rigoureux et les plus profonds de ce temps. La différence entre le calcul et le jeu d'échecs consiste en ceci, que les figures formées par la disposition des pièces sur l'échiquier ne signifient rien, et ne présentent aucune proposition, aucune *assertion*. Au contraire, quand je combine et manipule de petits signes blancs sur le tableau noir, j'exprime des relations que je pense et que j'affirme entre les objets représentés par ces signes. Les combinaisons géométriques ne sont donc que les symboles des combinaisons logiques et purement intellectuelles qui s'effectuent dans mon esprit. Dans quelle mesure cette figuration intuitive est-elle commode, utile, nécessaire même au raisonnement? Autrement dit, dans quelle mesure la raison logique a-t-elle besoin du secours de l'imagination? C'est là une question psychologique étrangère à la Logique, et l'on peut faire la part aussi large qu'on veut à l'intuition, sans cesser d'être rationaliste, comme le prouve l'exemple de Descartes et de Leibniz.

Je tiens à ajouter une remarque importante, qui suffit à écarter toute interprétation nominaliste du Calcul logique : c'est que, à côté des principes logiques que j'ai énoncés et écrits en formules, il y a un principe logique qui ne peut pas se traduire en symboles, parce qu'il régit l'emploi des symboles eux-mêmes : c'est le *principe de substitution*, en vertu duquel, dans une formule générale (toujours vraie, quel que soit le sens ou la « valeur » attribuée aux lettres qui y figurent) on peut substituer à chaque lettre une « valeur » particulière et déterminée, et obtenir ainsi une formule vraie. Or j'ai fait constamment usage de ce principe dans ma démonstration, en appliquant chacun des principes généraux à une formule particulière. Ce principe signifie, en somme, qu'une formule générale est le cadre ou le moule d'une infinité de vérités particulières de même forme, et que sa valeur universelle est indépendante des symboles particuliers auxquels on l'applique. Il exprime, au fond, le pouvoir de généralisation de la raison, par où elle domine et dépasse infiniment toutes les intuitions spéciales qui lui servent d'instrument ou d'application [1].

[1] Nous aurions dû ajouter à ce principe le *principe de déduction*, qui lui aussi est inexprimable en symboles, et indispensable à tout raisonnement; il s'énonce ainsi : Quand l'hypothèse d'une implication est vraie, la thèse est vraie, et on peut l'affirmer absolument (séparée de l'hypothèse). De ce principe aussi nous avons fait usage dans notre démonstration; et l'on peut s'assurer qu'il est impossible de le traduire en formule. Ainsi l'emploi des symboles présuppose nécessairement des principes non symboliques.