

UNE DÉFINITION LOGIQUE DU HASARD ET DE LA PROBABILITÉ

PAR M. R. DE MONTESSUS DE BALLORE

Maitre de Conférences
à la Faculté des Sciences de Lille.

Dans les dernières années du XIX^me siècle, l'étude approfondie de l'arithmétique, de l'algèbre, du calcul infinitésimal, de la géométrie a précisé le rôle que joue *l'expérience* dans ces diverses branches de la mathématique.

Il y a plus, cette étude a donné de précieux enseignements sur l'objectivité du monde physique: de ce fait, la métaphysique a été en partie renouvelée.

On peut analyser semblablement le *Calcul des Probabilités*.

Le *Calcul des Probabilités* comprend deux parties distinctes: la *Probabilité* proprement dite, la *Théorie des Erreurs*.

Il y a peu de choses à dire au sujet de la Théorie des Erreurs. C'est en vain qu'on a voulu *démontrer* la Loi générale des Erreurs, représentée, comme on sait, par une courbe en forme de « chapeau de gendarme ». Cette loi est purement expérimentale et on doit s'en tenir à cette *constatation*.

La notion de Probabilité mathématique, au contraire, est féconde. Elle conduit à une définition logique du *Hasard*.

* * *

I. DÉFINITION DU HASARD ET DE LA PROBABILITÉ.

1^o Le hasard concernant les événements, son étude doit être basée sur l'étude expérimentale des événements.

2° *Premier principe d'expérience.* Certains événements ayant un caractère commun et pour cette raison constituant une *classe*, mais différant à certains points de vue, ce qui permet de les partager en *catégories* bien définies, donnant lieu à cette remarque : que le rapport du nombre total d'événements de la classe au nombre total d'événements de l'une des catégories tend *irrégulièrement* vers une limite déterminée quand le nombre d'événements considérés devient de plus en plus grand.

Définition. Des événements tels, considérés comme définis par leur classe et leurs catégories sont dits procéder du *hasard*.

3° *Deuxième principe d'expérience.* Certains événements procédant du hasard au sens défini jouissent de cette propriété : qu'on peut partager une classe déterminée de ces événements en catégories telles que le rapport du nombre total d'événements au nombre d'événements d'une quelconque des catégories tend vers le nombre n des catégories.

Définition. La *Probabilité mathématique* d'un événement de catégorie déterminée est, dans l'hypothèse en question, $\frac{1}{n}$.

II. JUSTIFICATION DE LA DÉFINITION DU HASARD.

1° *Pourquoi le rapport du nombre total d'événements de certaines classes au nombre d'événements de l'une des catégories composantes TEND VERS UNE LIMITE.*

Parce qu'il n'y a pas de lien entre la nature de la catégorie et la cause déterminant cette catégorie.

J'examine la statistique des propriétés françaises ayant soit 24, soit 25 hectares de superficie. Je suppose ces propriétés classées selon l'ordre alphabétique des noms de leurs propriétaires. Je constate que le rapport du nombre des propriétés de 25 hectares au nombre des propriétés de 24 hectares tend vers *un* à mesure que j'avance dans la statistique. Pourquoi ? Parce que la question de superficie est, pour les chiffres donnés, indifférente aux propriétaires : 24 ou 25 hectares, en soi, c'est tout un.

Semblablement, le rapport du nombre des propriétés de 25 hectares au nombre des propriétés ayant soit 24, soit 26 hectares tend vers $\frac{1}{2}$, parce que, ici encore, la question de superficie est indifférente.

Dans le premier cas, la classe des propriétés de 24 et 25 hectares étant composée de la catégorie de 24 hectares et de la catégorie de 25 hectares, le rapport du nombre d'événements de la classe au nombre d'événements de l'une quelconque des catégories tendra, pour le motif allégué, vers *deux*. Dans le second cas, le rapport tendra vers *trois*.

2° *Pourquoi le rapport du nombre total d'événements de certaines classes au nombre d'événements de l'une des catégories tend IRRÉGULIÈREMENT vers la limite.*

Parce que l'ordre des événements n'a pas d'influence *immédiate* sur leur nature. Voici la liste des propriétés de 24 et 25 hectares. Je calcule pour les 1000 premières propriétés le rapport du nombre des propriétés de 24 hectares au nombre des propriétés de 25 hectares. Ce rapport n'a aucune influence sur la superficie de la propriété qui vient au rang 1001 dans la statistique. Le nouveau rapport relatif aux 1001 premières propriétés de la statistique n'a donc aucun lien avec le rapport relatif aux 1000 premières propriétés. D'où l'irrégularité annoncée, irrégularité qui ne peut que se retrouver dans le rapport du nombre total des propriétés de 24 ou 25 hectares au nombre des propriétés de 24 hectares.

3° *La définition donnée au hasard (1,2) correspond au SENTIMENT du hasard.*

Il n'est personne à qui le *sentiment* du hasard soit inconnu.

Je flâne à Paris. Je rencontre sur le boulevard un ancien camarade de collège. *Quel hasard !* Hasard au sens défini ? Sans doute : et voici comment.

Deux personnes habitent la même maison et traversent l'une et l'autre un grand nombre de fois chaque jour la même pièce.

C'est un fait d'expérience, une intuition expérimentale, si l'on veut, que sur 1 an, 2 ans d'observations, le rapport du nombre de rencontres au rapport du nombre des traversées tendra vers une limite, irrégulièrement d'ailleurs.

Si deux individus habitent proche d'un bourg, le rapport du nombre de leurs rencontres au bourg au nombre des voyages tendra aussi vers une limite, irrégulièrement encore, pourvu qu'un nombre d'années assez grand entre en jeu.

Si le chiffre de la vie moyenne ne suffisait pas à vérifier la loi, l'examen du nombre des rencontres mutuelles de 1000 individus ha-

bitant proche du bourg, ayant à peu près même condition sociale et mêmes habitudes, cet examen, dis-je, la justifierait.

L'examen des rencontres à Paris de 20,000 individus répondant aux conditions énoncées vérifierait de même la loi.

4° *Objectivité de la définition.* Toute définition répond à un sentiment; son rôle est de préciser ce sentiment et de l'expliquer. La définition donnée du hasard remplit ces conditions.

La définition doit correspondre aussi à un état d'esprit. Il est des définitions admises par les uns, rejetées par d'autres: ce sont les définitions basées sur un enchaînement logique défectueux ou sur un postulat. Nous sommes dans ce dernier cas. J'ai invoqué en effet l'expérience *médiate* quand j'ai parlé de la statistique des propriétés: personne n'a jamais étudié cette statistique. Qui dit expérience médiate suppose un état d'esprit résultant d'une longue suite d'expériences effectives partielles, état d'esprit qui, faisant prévoir le résultat de l'expérience avant toute expérience, peut ne pas exister.

Si la définition, quoique rejetée par certains, est admise par ceux qui d'habitude se réfèrent au principe d'expérience, elle doit être regardée comme suffisante.

III. JUSTIFICATION DE LA DÉFINITION DE LA PROBABILITÉ.

1° *Pourquoi le nombre total d'événements au nombre d'événements d'une quelconque des catégories tend vers le nombre x des catégories.*

Parce qu'il n'existe aucun lien entre la nature de la catégorie et la cause déterminant cette catégorie

On peut répéter ici le raisonnement du § II. 1.

Un raisonnement simple permet de passer du cas de deux catégories au cas de n catégories.

2° *Objectivité de la définition.* La définition ne fait qu'exprimer ce fait d'expérience: que le rapport du nombre total d'événements au nombre d'événements d'une quelconque des catégories tend vers le nombre même des catégories.

Si la définition ne portait que sur un seul événement, elle serait sans objet. Il faut qu'elle se rapporte à une collection d'événements.

IV. EXTENSION DE LA DÉFINITION DU HASARD.

Un événement est dit procéder du hasard quand il n'existe aucun lien entre la nature de sa catégorie et la cause déterminant cette catégorie.

Si la cause existe mais n'est pas apparente, l'événement paraît procéder du hasard, mais n'en procède pas. On peut dire ici que le hasard est subjectif.

