



НЕУСТРАНИМАЯ ДВОЙСТВЕННОСТЬ ЧИСЛА

(Рецензия на книгу: Число : сборник статей / Редколл. : А.Н. Кричевец (отв. ред.), Г.Б. Гутнер, В.Я. Перминов и др. М. : МАКС Пресс, 2009. 368 с.).

З. А. СОКУЛЕР

Сборник «Число» подготовлен коллективом авторов, который «сложился вокруг Московского семинара по философии математики, работающего в МГУ с 1986 г». (Другой информации об авторах мы не получаем, хотя более конкретные данные о них и их «цеховой принадлежности» были бы совсем не лишними.) Возможно, именно происхождением данного сборника из регулярных совместных обсуждений объясняется то, что он практически целиком действительно посвящен заявленной теме, а не составлен по обычному для сборников принципу «кто (из знакомых людей) что (хотел, то и) написал».

Невозможно упомянуть все материалы этого сборника (их больше 20), но они объединяются в три раздела: «Метафизика числа», «Число и логика», «Число в истории».

Не все статьи соответствующих разделов прямо укладываются в соответствующую рубрику. Так, статья Л.И. Маневича «Числа и физика» из первого раздела совсем не метафизична, однако служит важным дополнением чисто метафизических и учитывающих только чистую математику рассматриваемых разделов. Автор показывает процесс постоянного «пополнения» класса чисел новыми конструкциями — действительными числами,





комплексными, гиперкомплексными, неархимедовыми – который естественно вытекал из стремления обобщить или перенести на новые физические проблемы имеющиеся методы. Интересно, что среди материалов первого раздела есть и обсуждения преподавания математики на разных уровнях.

Статьи, объединенные в рубрике «Число и логика», исходят из разного видения того, что есть логическая проблематика. В любом случае над ними не довлеют штампы, сложившиеся при обсуждении трех программ в основаниях математики.

Рубрика «Число в истории» в основном посвящена античности и древнекитайской математике (хотя В.А. Шапошников пишет о категории числа у П. Флоренского). Зато в первом разделе содержится статья А.Н. Кричевца, которая как раз прослеживает историю становления действительного числа, чтобы доказать: смыслом действительного числа является не некая неизменная метафизическая сущность, а те исследовательские программы и надежды, которые на каждом историческом этапе связывались математиками с действительным числом.

В качестве важного достоинства рецензируемого сборника надо отметить, во-первых, математическую компетентность и разностороннюю философскую эрудицию его авторов, а во-вторых, взаимные дискуссии между ними. В самом деле, в большинстве издающихся у нас сборников каждый автор выпевает свою песню, не обращая внимание на партии коллег. А в сборнике «Число» после большинства статей следуют комментарии, написанные иногда одним, а чаще двумя-тремя членами авторского коллектива. Таким образом, под обложкой создается атмосфера дискуссии и общего пространства мысли.

Какой же образ числа и круга философских проблем, с ним связанных, вырисовывается в этом пространстве? Красной нитью сквозь практически все материалы проходит представление о *двойственной* природе числа. Ибо числом является не только натуральное, в котором воплощаются идеи дискретности, алгоритмичности, но и действительное число, с которым связаны идеи непрерывности и актуальной бесконечности. Причем и то, и другое суть именно числа, т.е. эти две разные сущности – или два разных круга идей – неразрывно связаны, и главную проблему составляет связь двух названных сущностей.

Особую глубину проблеме числа придает то, что для авторов сборника в этой двойственности проглядывает неустрашимая двойственность самого человеческого мышления, а возможно, и самого бытия. Двойственность, которую зафиксировали еще греки и выражали парами понятий «тождественное и иное», «бытие и становление» и др.

Г.Б. Гутнер доказывает, что в идее числа различимы два противоположных онтологических начала, которые он связывает с языком: дискретная и неизменная структура и непрерывный поток как образ чистой изменчивости. Причем *оба* начала требуются уже для онтологии числа, понимаемого как орудие пересчета. И.Е. Берлянд пишет о двух различных онтологических интуициях, стоящих за идеей числа. Е.Г. Веденова прослеживает понимание чисел как «точек-меток», выделяющих поименованные числа из протяженного континуума, и как границы, предела, подчеркивая при этом, что



выделение и именование всех чисел остается невозможным, так что сохраняется неустранимая напряженность между такими пониманиями числа.

В.А. Шапошников, разъясняя понимание числа как формы и как сети у Флоренского, открывает совершенно неожиданное измерение двойственной природы числа. Математические схемы, будучи захвачены диалектическим движением, предстают как *«символы, живущие только в точке встречи дольного с горним»*.

Обсуждение соотношения дискретного и непрерывного в природе числа естественным образом выводит на истолкование актуальной бесконечности, парадоксов, оснований математики. Можно сказать, что сборник посвящен числу в такой же мере, как и потенциальной/актуальной бесконечности и основаниям математики.

Авторы предлагают различные трактовки этих понятий и способы избавления от парадоксов. Так, А.И. Белоусов проводит интереснейший анализ гегелевского рассмотрения категорий количества и качества, его понятий дурной и истинной бесконечности и использует гегелевскую диалектику количества и качества, чтобы осмыслить истоки парадокса Рассела.

А.А. Зенкин утверждает, что строгого понятия актуальной бесконечности до сих пор не существует, и предлагает свои определения актуальной и потенциальной бесконечности, доказывая, что теория множеств нуждается в принятии явной аксиомы существования актуальной бесконечности. Свое истолкование истоков парадоксов предлагает А.В. Коганов (допущение произвольной композиции ранее определенных объектов в новое множество). В.А. Янков тоже рассматривает пути преодоления парадоксов, и для этого он хочет построить онтологию математики, отправляясь от выразительных возможностей языка. Извлекая уроки парадоксов, он выделяет в языке выражения с устойчивым значением и с неустойчивым («Я лгу» – предложение с неустойчивым значением). Автор обобщает выделение двух типов выражений до онтологического противопоставления апейрона и пераса, беспредельного и предела, неустойчивого и устойчивого, чтобы впустить апейрон в основания математики, ибо, по его мнению, «покоренный апейрон может стать жизненной силой в переосмысленной математике».

Таким образом, хотя теоретические статьи данного сборника так или иначе пронизывает общая исходная интуиция непреодолимой двойственности (бытия, сознания либо языка), на которую указывает нам число, но предлагаемые ими способы анализа этой ситуации, диагнозы первопричин и пути преодоления затруднений никак не сходятся к общему направлению. И поэтому мне было бы затруднительно ответить на вопрос, к чему же в итоге приходит это интересное коллективное исследование природы числа.