

G. FREGE A ARISTOTELSKÁ ONTOLOGIE VZTAHŮ

Stanislav Sousedík

Slovo „vztah“ je součástí slovní zásoby hovorového jazyka. Užíváme jej při běžném hovoru sice poměrně zřídka, nicméně bez rozpaků a nesnází. To nasvědčuje tomu, že tomuto slovu přede vši teoretickou úvahou již určitým způsobem rozumíme. V ontologie vztahů jde o to toto poznání prohloubit, aby vznikla ucelené teorie o tom, co vztahy přesně vzato jsou a jak existují (zda reálně či snad nějak jinak, ideálně apod.). Zatím co logická nauka o vztazích (tj. nauka o tom, jakou mají výroky o vztazích logickou formu a co z takových výroků vyplývá) je dnes značně propracována, stojí ontologie vztahů za našich dob více méně stranou zájmu.

Nebylo tomu tak vždy. Minulá tradice aristotelské filosofie nám poskytuje určitý počet poměrně dosti propracovaných konceptů ontologie vztahů.¹ Společným rysem hlavních z těchto historických teorií je teze, že jsou vztahy individuální entity, a to tzv. akcidenty, jejichž subjektem je pouze první člen vztahu. Tomu, aby dnes mohla být ontologie vztahů vybudovaná na aristotelských principech považována za přijatelnou, brání některé v naší době rozšířené a velmi zakořeněné představy o vztazích, které mají svůj původ v myšlenkovém odkazu německého logika a matematika G. Frege (1848–1925).

Pokusím se v tomto svém příspěvku objasnit, jaký mají tyto představy základ a proč jsou podle mého mínění neopodstatněné.²

Připomeňme si nejprve jedno z nejstarších Fregových vyjádření k problematice vztahů obsažené v jeho spisu *Die Grundlagen der Arithmetik*.³ Frege zde píše:⁴

¹ Přehled historického vývoje ve středověku podává Mark G. Henninger: *Relations. Medieval Theories 1250-1325*, Oxford: Clarendon Press 1989. Pozoruhodný rozvoj ontologie vztahů, k němuž došlo ve druhé scholastice, nenašel dosud svého historika.

² Podnět k tomuto příspěvku mi dala pro mne osobně velmi cenná diskuse, k níž mi poskytl příležitost v letech 2000–2003 na stranách časopisu *Organon F* prof. P. Cmorej.

³ Gottlob Frege: *Grundlagen der Arithmetik*, Breslau 1884.

⁴ V uv. spisu str. 82nn. Cituji ve vlastním překladu. Fregův spis je českému čtenáři od r. 2001 přístupný i ve spolehlivém slovenském překladu P. Balky.

Jestliže od posouditelného obsahu⁵, jenž se týká předmětu a a předmětu b, oddělíme a a b, zůstane nám pojem vztahu, který pak vyžaduje, aby byl doplněn dvojím způsobem. Když ve větě

„Země má větší hmotnost než Měsíc“

oddělíme „Země“, získáme pojem „mající větší hmotnost než Měsíc“. Když naopak oddělíme „Měsíc“, získáme pojem „mající menší hmotnost než Země“. Oddělíme-li zároveň oba, zůstane nám pojem vztahu, který má sám o sobě právě tak málo smysl jako prostý pojem. K tomu, aby se stal posouditelným obsahem, musí být doplněn. K tomu však může dojít různým způsobem: místo Země a Měsíce můžeme dosadit např. Slunce a Země, a tím právě docílíme oddělení.

Jednotlivé páry přiřazených předmětů se chovají podobným způsobem – dalo by se říci jako subjekty – vůči pojmu vztahu, jako jednotlivý předmět k pojmu, pod nějž spadá. Subjekt je zde složený. Někdy, když je vztah obratitelný, vyjadřujeme něco takového i v jazyku, jako např. ve větě „Pelex und Thetis waren die Eltern des Achilleus“.⁶ Naproti tomu by nebylo dost dobře možné reprodukovat obsah věty „Země je větší než Měsíc“ tak, že by výraz „Země a Měsíc“ vystupoval jako složený subjekt, protože spojka „a“ naznačuje vždy, že dvě věci jsou na stejné úrovni. To je však vedlejší.

Pojem vztahu náleží tedy stejně jako jednoduchý pojem čisté logice. Neuvažujeme tu o zvláštním obsahu vztahu, ale pouze o logické formě. A co lze vypovídat o ní, je analytickou pravdou, kterou poznáváme a priori. To platí o pojmu vztahů, jako o jiných pojmech.

Tak jako je

„a spadá pod pojem F“

všeobecnou formou posuzovatelného obsahu, který se týká předmětu a, tak můžeme považovat

„ a je ve vztahu Φ s b“

za všeobecnou formu posouditelného obsahu, který se týká předmětu a a předmětu b.

⁵ „Posouditelným obsahem“ Frege rozumí takový objektivní korelát myšlenky, o němž lze soudit, že je pravdivý nebo nepravdivý, tedy to, co scholastická tradice nazývá (na rozdíl od „iudicium“) „enuntiatio“.

⁶ Zde Frege uvádí pod čarou tuto poznámku: „S tímto příkladem nesmíme zaměňovat případ, kdy „a“ spojuje ve skutečnosti dvě věty, a jen zdánlivě dva subjekty.“

K tomu: K takové záměně by došlo, kdybychom Fregův příklad přeložili do češtiny „Pelex a Thetis byli rodiče Achilleovi“, protože tato česká věta je ve skutečnosti konjunkcí „Pelex je rodič Achillea a Thetis je rodič Achillea“. Německé „Eltern“ nemá na rozdíl od českého „rodiče“ singulár, lze jej vypovídat pouze o dvojici individuí.

Připojuji k tomuto úryvku dvě poznámky vyjadřující nikoli historickou interpretaci Fregova textu, nýbrž spíše jakousi kritickou reflexi nad myšlenkami v něm obsaženými.

Předně: Frege užívá slova „vztah“ ve významu odchýlném od běžného. „Vztah“ podle něj vyjadřuje *pojmem čisté logiky* udávající *formu* posouditelného obsahu. Udává-li však vztah formu takového obsahu, je pojmem druhého řádu (tzv. druhou intencí podle starší terminologie): nepřipisuje se individuům, tak jako pojmy prvního řádu, nýbrž – zhruba řečeno – pojmům. To však neodpovídá tomu, jak slova „vztah“ v běžné řeči užíváme. Řeknu-li, že „*Helena má k své matce něžný vztah*“, charakterizují slovem „*vztah*“ zřejmě cosi individuálního, nikoli pojem (z uvedeného výroku jistě nevyplývá, že „*Helena má ke své matce nějaký něžný pojem čisté logiky*“). Řeknu-li, že „*podobnost je vztah*“, působí to sice dojmem, že tu pojmem vztahu charakterizují pojem podobnosti. Ale to je ve skutečnosti tak málo pravda, jako myslí-li si někdo, že ve výroku „*člověk je živočich*“ pojmem živočicha charakterizuje pojem člověka. Tak jako je uvedená věta hovorovou zkratkou za „*každý (jednotlivý) člověk je živočich*“, tak je i „*podobnost je vztah*“ zkratkou za „*každá (jednotlivá) podobnost je vztah*“ (tedy např. Helenina podobnost matce je jeden vztah, Janova podobnost otci je druhý vztah atd.). V běžném jazyku vyjadřuje tedy slovo „vztah“ pojem prvního řádu, Frege dává tomuto slovu význam odchýlný a stanoví, že jím bude rozumět určitý pojem řádu druhého. To je jazyková dohoda, kterou není důvodu odmítat, otázka pouze je, zda nám pak, přistoupíme-li na ni, nebude užitečné slovo „vztah“ v běžném smyslu občas chybět? Chybět nám nemusí, pokud si místo něj zavedeme nějaký termín nový. V dalším uvidíme, že Fregovi stoupenci „*vztah*“ ve skutečnosti nahradili termínem „*uspořádání*“.

Za druhé si povšimněme, že Frege získává vztah „*mít větší hmotnost než*“ tím, že z posouditelného obsahu „*odstraní*“ dva singulární předměty. Na tom nevidím nic problematického. Překvapivé je teprve Fregovo mínění, že se oba tyto předměty chovají vůči takto získanému vztahu podobně, že se jich totiž tento vztah týká jako svého subjektu. Toto tvrzení se totiž odchyluje od způsobu, jímž singulárním výrokům, v jejichž predikátu se vyskytuje vlastní jméno, běžně rozumíme. Řekneme-li např., že „*Země je hvězda*“ a „*Měsíc je hvězda*“, připisujeme Zemi a Měsíci vlastnost „být hvězdou“, která se týká obou těchto těles stejným způsobem, totiž jako svého subjektu. Řekneme-li však „*Země má větší hmotnost než Měsíc*“, připisujeme Zemi vlastnost, že má větší hmotnost než Měsíc, Měsíci však tímto způsobem bezprostředně nic nepřipisujeme, zmiňujeme jej pouze jako předmět, vůči němuž Země onu vlastnost má. Podobně, abych uvedl ještě jeden příklad, řekneme-li „*Petr*

nenávidí Jana“, připisujeme Petrovi, že nenávidí, kdežto Janovi nic nepřipisujeme, nýbrž ho uvádíme jen jako toho, koho se Petrova nenávisť týká, jako její předmět. Označuje-li „Petr“ nositele nenávisť a „Jan“ její předmět, nezdá se, že by se náš výrok týkal nositelů těchto jmen tímž způsobem, a že by tudíž tato dvě individua měla v této souvislosti stejnou úlohu. Zdá se, že běžná gramatická analýza, která v uvedené větě považuje výraz „Petr“ za podmět a výraz „nenávidí Jana“ jako celek za predikát, vystihuje správně, jak větám uvedeného typu běžně rozumíme. Je-li tomu tak, odchyluje se Fregova analýza výroků uvedeného typu od toho, jak spontánně rozumíme výrazům přirozeného jazyka.

Není však Fregova analýza pouze oprávněnou korekturou tohoto jazyka, jakou je logik oprávněn a dokonce povinen provést? Pokusím se ukázat, že tomu tak není. Východiskem mi bude pojem „*rozsah*“ čili „*extenze vztahů*“. Je známo, že v *Grundlagen der Arithmetik* užívá Frege termínu „*rozsah*“ čili „*extenze*“ bez bližšího objasnění: Rozumí mu zde zřejmě po způsobu v tehdejší (tradiční) logice obvyklém, totiž jako souboru předmětů, které spadají pod určitý pojem. V tradiční logice se ovšem „*pojmem*“ míní vždy pouze význam jednomístného predikátu, Frege v *Grundlagen* však, jak jsme viděli, naznačuje, že lze mluvit i o rozsahu významu predikátu vícemístného. Uspořádané dvojice, jako např. [Země; Měsíc], [Jupiter; Merkur], spadají podle něho pod pojem „*mít větší hmotnost než*“ stejným způsobem, jakým spadají pod pojem např. „*pes*“ Alík, Haryk, Foks atd. Toto pojetí extenze vztahů (formulovaná ovšem již i před Fregem) došlo v různě modifikované podobě velkého rozšíření a je dnes zastáváno, pokud vím, většinou směrodatných logiků. V našich zemích našlo uplatnění mimo jiné i v tzv. transparentní intenzionální logice, jejímiž tvůrci jsou P. Tichý a P. Materna, a je na ní založen i příslušný výklad v nedávno do češtiny přeloženém díle slovenského logika P. Cmorej, *Úvod do logické syntaxe a sémantiky* (1. vyd. Bratislava 2001, český překlad T. Machula, Triton 2002). Domnívám se, že se v uvedeném pojetí extenze vztahů skrývá obtíž, jež svědčí, že Fregova násilná analýza vztahových výroků přirozeného jazyka není oprávněná, a vede ve svých důsledcích k popření sebe sama. To se nyní pokusím ukázat. Abych se při tom vyhnul řešení různých sice zajímavých, v naší nynější souvislosti však nedůležitých historických otázek, budu v dalším vycházet nikoli z Fregových textů, nýbrž z určitého možného rozvedení Fregovy myšlenky, které ve své výše uvedené knize podává P. Cmorej. Předmětem mé kritiky není Cmorejova kniha (tu považuji za mimořádně zdařilou), nýbrž určité rozšířené pojetí vztahů, jež je

v této knize s velkou jasností vyloženo.⁷ Při své argumentaci budu brát pro zjednodušení v úvahu pouze vztahy dvojmístné, argument však, jak se domnívám, platí *mutatis mutandis* i pro vztahy tří- a vícemístné.

Viděli jsme, že v duchu Fregova výše uvedeného výkladu je nutno připustit, že vztahy mají rozsah. Přijmeme-li tento předpoklad, lze říci, že dvojmístné predikáty signifikují dvojmístné vztahy (jež budeme chápat nikoli jako reálné entity, nýbrž jako svého druhu intenze) a denotují těmi vztahy determinované rozsahy (čili tzv. relace). Rozsahem dvojmístného predikátu „R“ je množina všech *uspořádaných dvojic* $[a_1; a_2]$, pro které platí, že mezi a_1, a_2 je vztah R. V souladu s tím lze definovat i pravdivostní podmínku pro výroky tvaru $R(a_1, a_2)$: Výrok toho tvaru je pravdivý právě tehdy, když individua denotovaná výrazy „ a_1 “, „ a_2 “ *v uvedeném pořadí* náleží do rozsahu predikátu „R“.

Tato vyjádření jsou jasná, určitá dílčí nesnáze je spojena pouze s výrazem „*uspořádaná dvojice*“. Uspořádanost dvojic je totiž opět určitý vztah a my, abychom uměli rozhodnout, zda určitá dvojice náleží do rozsahu vztahu R či nikoli, potřebujeme vědět, jak jsou individua vlivem uspořádání vyžadovaného vztahem R uspořádána, a kdy je nějaký předmět první, resp. druhý člen R? Na takto formulovanou otázku neposkytují autoři, kteří mluví o rozsahu vztahu odpověď. V grafickém zápisu uspořádanost ovšem spočívá v tom, že symbol „ a_1 “ stojí v prostorovém smyslu nalevo od symbolu „ a_2 “ (z toho důvodu se zřejmě mluvívá místo o *uspořádání* o *pořadí*), ale to zřejmě nic neříká o tom, oč tu jde, totiž o uspořádanosti samotných předmětů těmito symboly denotovaných. Existuje-li např. mezi panem K a jeho synem S vztah otcovství, existuje zcela nezávisle na tom, v jakém prostorovém pořadí si jejich jména napíšeme na papír či v jakém časovém pořadí nám ti dva lidé vytanou na mysl. Vztah R sám nám při stanovení tohoto pořadí nemůže být nápomocen, protože podle Fregova předpokladu, z něhož nyní vycházíme, se individua a_1, a_2 chovají k R stejně. V čem ale pak vztah uspořádanosti vlastně spočívá?

To je v rámci Fregova předpokladu obtížná otázka, zdá se však, že na ni lze přece nalézt odpověď. Předpokládejme, že je uspořádanost prostě nejvšeobecnější vztah, takový, že jsou všechny ostatní vztahy pouze zvláštními

⁷ Budu v dalším reprodukovat volně (ale, doufám, výstižně) Cmorejův výklad podaný na str. 71, 72, 84, 85 české verze jeho knihy. Moje reprodukce se liší od zde uvedeného Cmorejova textu tím, že beru v úvahu pouze dvojmístné vztahy a dále tím, že místo o n-argumentových predikátech (resp. vztazích) mluvím raději o predikátech (resp. vztazích) n-místných. Domnívám se, že tato terminologie (kterou Cmorej rovněž připouští) je pro účely, které sleduji, vhodnější, protože je ontologicky neutrální (řekne-li se „n-argumentový“, předpokládá to již, že je vztah nějakou funkcí, což je však teze, kterou je třeba v rámci ontologie teprve dokázat, resp. vyvrátit).

případy uspořádanosti (v tom případě má, jak jsem již upozornil, slovo „uspořádanost“ stejný význam jako v hovorové řeči užívané slovo „vztah“). Je-li vztah uspořádanosti mezi vztahy ten nejobecnější znamená to tedy, že je – jak se říkávalo v tradiční logice – „jeho obsah nejmenší a jeho rozsah největší“. Připomeňme si nyní, že mezi libovolnou dvojicí prvků libovolného univerza úvahy existuje vždy nutně nějaký vztah (takovým vztahem je přinejmenším vztah identity anebo různosti). Je-li tomu tak, je rozsahem vztahu uspořádanosti v libovolném univerzu U množina *všech dvojic (= kartézský součin) individuí*, které se v U vyskytují. Povšimněme si, že zde mluvíme o všech dvojicích *individuí*, a nikoli již *uspořádaných* individuí. Slovo „*uspořádaných*“ můžeme pominout, protože v rozsahu nejobecnějšího vztahu, vztahu uspořádanosti, je libovolná dvojice z U vždy již nutně nějak uspořádaná.

Čím je pro nás toto zjištění zajímavé? Zajímavé je tím, že se nám podařilo určit rozsah jednoho vztahu (vztahu uspořádanosti), aniž jsme museli umět rozhodnout, které individuum v univerzu U je prvním, resp. druhým členem tohoto vztahu. Objasněme si to příkladem! Předpokládejme, že jsou univerzem naší úvahy tři dívky, A(lena), (B)ožena, C(ecilie), a že jsme dále empirickým zkoumáním zjistili, že A měří 175 cm, B 165 cm a C 155 cm a že dále A a C jsou plavovlásky, kdežto B je černovláska. Jaký je nyní rozsah vztahu uspořádanosti v tomto malém univerzu? Podle našich předchozích zjištění tvoří tento rozsah kartézský součin individuí, které se v něm vyskytují, tudíž:

[A; B], [A; C], [B; C]
 [B; A], [C; A], [C; B]
 [A; A], [B; B], [C; C]

Rozsahem ostatních dvoumístných predikátů, které lze v rámci našeho univerza vypovídat, jsou podmnožiny rozsahu vztahu uspořádanosti. Tak např. rozsahem vztahu identity jsou dvojice uvedené v třetím řádku naší tabulky, rozsahem vztahu odlišnosti dvojice uvedené v řádku prvním a druhém, rozsahem vztahu „větší než“ dvojice uvedené v prvním řádku, rozsahem vztahu podobnosti co do barvy vlasů dvojice [A; C] z prvního a [C; A] z druhého řádku atd.

Vraťme se nyní k naší výchozí otázce, kdy totiž máme považovat individuum za první, resp. druhý člen vztahu R ? Přiblížila nás předchozí úvaha k jejímu řešení? Bohužel nikoli! Víme, že vztah R odlišný od vztahu uspořádanosti determinuje (= vymezuje) určitou podmnožinu univerza U , ale která to je, to rozhodnout pomocí rozsahu vztahu uspořádání stále nedokážeme. Výše jsme sice uvedli, že rozsahem vztahu „větší než“ jsou dvojice uvedené v prvním řádku tabulky, ale odkud to víme? Odkud víme, že

Alena, jež měří 175, a Božena, která měří 165, náleží do rozsahu vztahu „větší než“ v pořadí A, B, a nikoli B, A? Ze samotného vztahu „větší než“ (nebo libovolného jiného takového vztahu) to na základě Fregových předpokladů neplyne. Na základě těchto předpokladů bychom mohli toto pořadí zaměnit, a to právě tak, jako ve větě „*Peleus und Thetis waren die Eltern des Achilleus*“ můžeme beze změny pravdivostní hodnoty zaměnit pořadí prvních dvou vlastních jmen a říci „*Thetis und Peleus waren die Eltern des Achilleus*“. Není pro nás nyní důležité vědět, zda si Frege tuto obtíž uvědomoval, postačí nám, víme-li, že nám k ní nenabízí žádné vysvětlení.

Zdá se nicméně, že nějaké řešení naší otázky tu jistě je, a cítíme „instinktivně“, že jej i nějak poznáváme, že totiž víme, že řekneme-li např. „Alena je větší než Božena“, je Alena odlišitelně jiným členem vztahu „větší než“ než Božena, a to bez ohledu na slovosled (protože změníme-li jej a řekneme-li „než Božena je větší Alena“, nic se na tomto našem přesvědčení nemění).⁸ Odkud však pochází naše přesvědčení, že víme, jak jsou Alena a Božena v univerzu U uspořádány?

Toto přesvědčení pochází nepochybně z toho, že ve výroku „*Alena je větší než Božena*“ či jeho parafrázi „*než Božena je větší Alena*“ zůstává vždy „*Alena*“ jeho podmětem a „*Božena*“ slovem, jež se vyskytuje v jeho gramatickém predikátu. V tom je, jak se zdá, řešení problému: K rozlišení mezi tím, co je prvním a druhým členem dvojmístného predikátu R, nepotřebujeme tedy víc, než umět rozlišovat mezi gramatickým subjektem a predikátem výroku. A to ovšem umí každý, kdo ví, co je (nikoli intenze, nýbrž) význam výrazu např. „*větší než*“. Prvním členem vztahu je tudíž subjekt výroku utvořeného pomocí „*větší než*“, druhým individuové jméno vyskytující se v predikátu. Uspořádanost Aleny a Boženy v našem univerzu spočívá tedy v tom, že Alena má tu vlastnost, že je větší než Božena, kdežto Božena tu vlastnost, že je větší než Božena, samozřejmě nemá.

Řešení, ke kterému jsme se propracovali, je prosté, pro Fregeho stoupence má však závažnou „vadu krásy“. Ta spočívá v tom, že na uspořádanost (pořadí) členů vztahu např. „*větší než*“ můžeme usoudit z výroku „*A je větší než B*“ pouze pod podmínkou, že tento výrok analyzujeme způsobem, který Frege právě zamítá, totiž ve shodě s gramatickým členěním věty na subjekt a predikát. Zdá

⁸ Toto „instinktivní“ cítění je tak silné, že pro některé čtenáře nebude asi zcela snadné pochopit obtíž, do níž nás zavádí Fregeova analýza vztahových výroků. Abychom ji pochopili, musíme si ujasnit, na jakou část spontánního způsobu, jímž běžně chápeme smysl takových výroků, musíme v důsledku přijetí Fregeovy analýzy rezignovat. Pokud jeho analýzu přijmeme bez takového zcela důsledné rezignace, takže promítáme do jejího výsledku bezděčně i nadále své přirozené jazykové cítění, obtíž nám samozřejmě uniká.

se, že toto gramatické členění koinciduje s členěním logickým. Kdyby ve výrocích typu „*Země má větší hmotnost než Měsíc*“ byly, jak tomu chce Frege, subjekty vlastně dva, nebyli bychom nikdy s to rozhodnout, jakým způsobem jsou v univerzu tyto dva předměty uspořádány, tj. jaký je mezi hmotností Země a Měsíce vlastně vztah.

Z našich předchozích úvah plyne, že věta „*Země má větší hmotnost než Měsíc*“ se nepochybně týká dvou hmotných předmětů, že se jich však netýká stejným způsobem: Země je nositelem vlastnosti vyjádřené predikátem, Měsíc je v rámci tohoto predikátu pouze zmíněn. Platí obecně, že má-li jedno reálně existující individuum určitou vlastnost a druhé ne, je v souvislosti s tím mezi oněmi individui nějaká ontologická odlišnost. K tomu však dochází, jak jsme právě viděli, v případě prvního a druhého členu vztahů.

Nyní, když nám Fregova nauka o vztazích tuto odlišnost již nezakrývá, můžeme přikročit k zkoumání, v čem tato odlišnost spočívá, čili jinými slovy: můžeme se začít zabývat ontologií vztahů pozitivně.⁹



⁹ Článek vznikl s podporou GAUK – grant č. 522/2004

SUMMARIUM

**Cur veterum de relationibus doctrina metaphysica
nostrae aetatis viris doctis difficultatem pariat**

Fons difficultatis sententia a G. Frege propagata et hodie fere communis evasa esse videtur, secundum quam praedicatum relationis notionem exprimens duobus (imo pluribus) subiectis, ut enuntiatio oriatur, complenda sit. Auctor in commentatione hanc sententiam perperam contra naturalem linguae intellectum statutam esse arbitratur et – in extensione praedicatorum „relationalium“ determinanda – sibi quodammodo contradicere ostendit.

SUMMARY

G. Frege and the Aristotelian Theory of Relations

The doctrine put forth by G. Frege and now almost universally accepted, according to which a predicate expressing a relative notion has to be supplemented by two (or more) subjects, in order for a statement to arise, appears to be a source of certain difficulties. In the paper, the author defends the view that this doctrine goes against our natural understanding of language, and shows that as soon as an attempt to determine the extension of such “relative” predicates is made, a contradiction in the doctrine is laid bare.