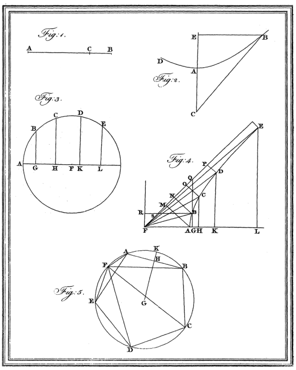
Studia Neoaristotelica
Časopis pro analytickou scholastiku
Series Bohemoslovaca

Ročník 19 / s.b. 7 (2022) Číslo 4 / s.b. 2

Prokop Sousedík

ZAVÁDĚNÍ PŘEDMĚTŮ V ARISTOTELISMU

Jsou předměty vědy abstraktní, nebo relační?



Studie

Studia Neoaristotelica

A Journal of Analytical Scholasticism

Series Bohemoslovaca

Published by

Teologická fakulta Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích
Faculty of Theology University of South Bohemia in České Budějovice

Founder: Stanislav Sousedík
Editors: Daniel D. Novotný (Editor-in-Chief), Lukáš Novák

Cover design & typography: L. Novák (using the Junicode typeface by Peter S. Baker)
Proofreading: S. Hanke Jarošová (English), E. Fuchsová (Czech), J. A. Čepelák (Latin)

Web: http://neoaristotelica.eu/; http://pdcnet.org/studneoar

Editorial correspondence:
Studia Neoaristotelica, Teologická fakulta Jihočeské univerzity
Kněžská 8, 370 01 České Budějovice, Czech Republic, Europe

E-mail: studia@skaut.org

Periodicity:

- 2 print issues per year in English
- free online Czech/Slovak series

See our websites for information on orders and pricing.

The journal is indexed by Philosophy Research Index, Scopus, ERIH, and Ulrich.

ISSN: 1214–8407 (Print)
ISSN: 1804–6843 (Online)

Zavádění předmětů v aristotelismu
Jsou předměty vědy abstraktní, nebo relační?

Prokop Sousedík

Summarium: Principalis huius dissertationis scopus est Aristotelicam impugnare doctrinam volentem obiecta metaphysicae, mathematicae atque physicae omnia esse abstracta, quamobrem hae scientiae classem constituant homogeneam. Si enim consideratur, quomodo obiecta in discursum scientificum introducuntur, conclusio suadetur, nonnulla dictorum obiectorum (viz. prae ceteris obiecta mathematica) potius esse ficta rationis quorum natura solummodo per mutuas constituitur relationes. Qua de causa huiusmodi scientiae sane non sunt speculativae, sed rite in genere artium collocantur.

Abstract: The main purpose of this paper is to contest the Aristotelian notion that the objects of metaphysics, mathematics and physics are all abstract, which is the reason why these disciplines constitute a homogeneous class. For a reflection on the way how objects are introduced into scientific discourse leads to the conclusion that some of these objects (especially the mathematical ones) are fictions of reason an that their nature is defined purely by their mutual relationships. From this it follows that, far from being theoretical sciences, the respective disciplines are justifiedly classified as arts.

Keywords: mathematics, abstractionism, structuralism, Aristotelianism

Úvod

Postoj dvou největších antických filosofů Aristotela a Platóna k matematice byl na první pohled podobný. Podle obou je tato disciplína předstupněm vědění nejvyššího a zkoumá předměty, jež jsou od našeho světa odděleny. Podstatný rozdíl mezi oběma přístupy vysvitne, až když připomeneme, že podle Platóna je zmíněné oddělení skutečné, podle Aristotela naopak pouze myšlené. První má tedy za to, že matematika je věda, která je na zkušenosti nezávislá, tj. věda *a priori*, a její předměty (jak budeme říkat) mají ideální povahu, druhý se naopak domnívá, že je na zkušenosti závislá, tj. věda *a posteriori*, a její předměty jsou abstraktní.

Peripatetický přístup je ontologicky střízlivější, nicméně s ním byly spojeny dvě nejasnosti. V prvé řadě se nedařilo přesvědčivě vysvětlit, jakým způsobem vlastně matematické předměty ze smyslově vnímatelné reality abstrahujeme.[1] A dále působilo rozpaky, že se matematika sice oficiálně řadila mezi teoretické vědy (spolu s metafyzikou a fyzikou), nicméně student se s ní přesto setkával v rámci studia svobodných umění. Formálně tedy byla předstupněm vědění nejvyššího, *de facto* patřila k pouhým přípravným studiím.

Tyto nejasnosti podle našeho soudu směřují k otázce týkající se povahy matematického předmětu. Při hledání odpovědi bychom chtěli proplout mezi Skyllou obtíží, do nichž ústí Aristotelův přístup, a Charybdou Platónovy robustní ontologie. Tomu odpovídá koncepce obhajující nezávislost matematických předmětů na proměnlivém světě (nedospíváme k nim problematizovanou abstrakcí), aniž by jim přisoudila reálnou existenci. Tento, řekněme umírněný platonismus pak podle našeho soudu ústí v určité propojení soudobého fikcionalismu a strukturalismu.[2]

Abychom se našeho úkolu zdárně zhostili, využijeme Kripkeho pojetí vlastních jmen a druhových termínů. Tato soudobá koncepce nám totiž umožní porovnat způsob, jímž se do diskursu zavádějí matematické předměty, se způsobem, jímž se zavádějí předměty běžné. K těmto ryze systematickým úvahám je však užitečné připojit i určité historické vhledy. Na jejich pozadí totiž porozumíme tomu, jak rozvoj matematiky přispěl k určitému znovuvzkříšení aprioristického platonismu a naopak zpochybnil přístup peripatetický či aposteriorní.

V závislosti na tom rozdělujeme naši úvahu do pěti částí. V první předložíme náčrt aristotelského pojetí vědy, jemuž by měla odpovídat i matematika. Ve druhé jej budeme aplikovat na matematiku, přičemž se soustředíme především na povahu jejího předmětu. Ve třetí a čtvrté části poukážeme na obtíže, s nimiž je aristotelik, když aplikuje svoje pojetí vědy na matematiku, konfrontován. Nejprve budeme tyto obtíže tematizovat po věcné stránce (část 3), později (část 4) k nim připojíme určitou historickou vsuvku, která věcné obtíže potvrdí. V páté části se pokusíme předložit vlastní úvahu, jejímž cílem je stanovit povahu čísel.

---

[1] Srov. D. Svoboda a P. Sousedík, „Tomáš Akvinský a vědecký status matematiky", *Filosofický časopis* 67/4 (2019): 521–539.

[2] Nejvlivnějšími představiteli současného strukturalismu v matematice jsou Michal Resnik a Stewart Shapiro. Za zakladatele soudobého fikcionalismu je považován Hartry Field.

1. Aristotelské pojetí vědy a matematika

Se systematickými úvahami o tom, co je či není teoretická věda, se poprvé v historii setkáváme v Aristotelových spisech, zejména pak v jeho *Druhých Analytikách.*[3] Aristotelés zde formuluje pravidla, jimiž by se měl řídit každý vědecký diskurs, či wittgensteinovsky řečeno, každá řečová hra, jíž se vědci zúčastňují. Tato pravidla by proto měli respektovat nejenom peripatetičtí fyzikové a teologové (metafyzici), ale i matematikové.

Pokusíme se nyní shrnout aristotelské pojetí vědy do pěti hlavních zásad.

(i) Teoretickou vědu pěstujeme pro ni samotnou, a tak bychom neměli být stimulováni nějakou praktickou potřebou, ale podivuhodností nějaké záležitosti. Naším cílem tedy není komfortnější či bezpečnější život, ale samotné poznání. Z našeho hlediska je důležité, že tento požadavek nesplňují svobodná umění. Ta jsou totiž pěstována pro výsledky, jež z nich plynou.

(ii) Z toho, že něco pozorujeme, vyplývá, že daná věc existuje. Ve vědě proto předmět našeho zájmu nevytváříme ani nedokazujeme, ale předpokládáme. Tato existence by navíc měla být na našem poznání či jiných aktivitách nezávislá, tj. měla by být reálná. Pro nás je důležité, že tento požadavek implikuje (alespoň podle analytické filosofie) určitý typ řeči. V ní se zákonitě musí vyskytovat jazykové termíny, jimiž ke zkoumaným entitám referujeme.

(iii) Věda se zabývá tím, co je obecné a nutné, tj. užívané termíny referují k obecninám. S tím je ovšem spojena určitá nesnáz: věci kolem nás jsou přece výhradně jednotlivé a nahodilé. Tato skutečnost, jak známo, vedla Platóna k myšlence, podle níž uvažované termíny referují k ideálním entitám, Aristotelés měl naopak za to, že referují k entitám abstraktním.

(iv) Vědění o ideálních či abstraktních entitách musí ovšem být navíc zdůvodněné či dokázané. To pak podle Aristotela znamená, že mezi naším vědeckým poznatkem a myšlenkovými obsahy, které jej zdůvodňují, musí být vztah kauzality.

[3] Aristotelés, *Druhé Analytiky*, přel.A. Kříž (Praha: Akademie věd, 1962).

(v) Při zdůvodňování ovšem nesmíme ustupovat do nekonečna, ale je třeba se nakonec opřít o výroky, které jsou zřejmé samy sebou, tj. o principy.

Otázka, do jaké míry teoretické disciplíny odpovídají či neodpovídají uvedeným zásadám, vyvolávala vždy určité diskuse. Největší rozpaky vzbuzovala ovšem, a to od pradávna, matematika. Již Platón si totiž povšiml, že se představitelé této disciplíny

> vyjadřují velmi směšně a nuceně; všechny své výklady [prý] tvoří, jako by byli praktikové, a jakoby pro svou praxi, a tak se vyjadřují takovými obrazy jako sestrojit čtyřúhelník, vést rovnoběžku, připojit něco [...][4]

V uvedené pasáži se zřejmě poukazuje na to, že matematický způsob vyjadřování neodpovídá tomu, jak by měl mluvit teoretický vědec, tj. poukazuje se na to, že matematik „hraje jinou řečovou hru“ než teoretik. Rozpaky pak vyvolává především konstruktivní povaha geometrických předmětů, které nepředpokládáme, ale vytváříme (čtyřúhelník není jakýsi věčný útvar, ale vzniká díky příslušné konstrukci). Obdobné rozpaky bychom nicméně mohli pocítit v případě aritmetiky, protože i v ní nové číslo vytváříme přidáním jednotky k číslu již zavedenému.

2. Co je předmětem matematických věd?

Uvedené pochybnosti naznačují, že k problému matematického předmětu lze přistoupit dvojím způsobem: Buď dáme za pravdu onomu „velmi směšnému a nucenému způsobu vyjadřování“ a geometrii společně s aritmetikou zařadíme mezi (neteoretická) svobodná umění, jejichž předmět je vytvářen činností naší mysli, nebo nám uhrane jistota a přesnost zmíněných disciplín a zařadíme je mezi nejvznešenější intelektuální aktivity, tj. mezi teoretické vědy, jejichž předmět má reálnou existenci. Platón i Aristotelés se, jak známo, přiklonili k druhé alternativě. Oba tak pominuli onen konstruktivní způsob mluvy a trvali na tom, že aritmetika i geometrie se zabývají

[4] Platón, *Ústava* VII, 533d (Praha: OIKOYMENH, 1999).

poznáním věčného jsoucna.[5] To nás ovšem přivádí k tomu, že se nyní podrobněji zamyslíme nad tím, jak by matematikové měli, s ohledem na svůj předmět, hovořit, aby způsob jejich vyjadřování nebyl „směšný a nucený". V rámci našich úvah přitom vyjdeme z bodů (ii) a (iii), v nichž se právě stanovují požadavky, jež by měl předmět každé teoretické disciplíny splňovat. Chcemeli ovšem v naznačeném ohledu poněkud pokročit, bude užitečné využít prostředky analytické filosofie, pro níž je charakteristický obrat k jazyku.

Zaměřme se nejprve na druhý požadavek. Vyplývá z něj, že předem musí existovat předmět, o němž se budeme v dané vědní disciplíně dále bavit. Tento požadavek není, jak by se mohlo zdát, zcela neproblematický. Jak vlastně dojde k tomu, že mluvčí má „najednou jakoby k dispozici" předměty, o nichž pak dále mluví? V této úvaze stojí za to inspirovat se Kripkeho dílem *Naming and Necessity*. Nezaměříme se pouze na problematiku obecných předmětů, jak by vyžadoval aristotelský požadavek (iii), ale předešleme i úvahu o předmětu jednotlivém.

Jak tedy vlastně dojde k tomu, že mluvčí má najednou k dispozici jednotlivý předmět (např. o konkrétního psa), o němž pak dále mluví (říká o něm, že je jezevčík, fena, mládě atd.)? Nestačí k tomu, jak by se mohlo na první pohled zdát, aby prostě daná věc existovala (někde se narodilo štěně jezevčíka), ale navíc je třeba mít i termín, pomocí nějž se k věci vztahujeme či k ní referujeme. Jelikož hovoříme o jednotlivé věci, musí se jednat o singulární, nikoli obecný termín, a jelikož potřebujeme hovořit stále o tomtéž, měl by tento termín referovat k příslušnému individuu, ať se děje, co se děje. Jeho reference by se proto neměla v závislosti na okolnostech proměňovat, tj. měla by být *rigidní*. Požadavek rigidity nesplňují podle Kripkeho tzv. určité deskripce (např. výraz 'pes, který mě včera pokousal' může referovat jednou k Alíkovi, podruhé k Rexovi); splňují jej naopak vlastní jména (např. výraz 'Alík' referuje za všech okolností k témuž zvířeti).[6]

[5] *Ústava* VII, 527a.

[6] Kripke nazývá termín *rigidním designátorem, jestliže v každém možném světě označuje tentýž předmět*. Nerigidní či akcidentální designátor je pak ten, *který tentýž předmět neoznačuje.* Srov. S. Kripke, *Naming and Necessity* (New York: Wiley-Blackwell, 1991), 59.

Naše úvaha tak naznačuje, že klíčovou roli při zavádění jednotlivých předmětů by měla sehrát vlastní jména. Ta se v něm ovšem mohou objevit až v okamžiku křtu či obecněji pojmenování. Jak však řečová aktivita spojená s pojmenováváním vlastně probíhá? Na základě Kripkeho úvah lze rozlišit dva kroky: Za prvé je třeba identifikovat věc, kterou chce mluvčí pojmenovat. K tomu užívá buď gesto spojené s ukazovacím zájmenem a druhovým termínem (‘tento pes’), nebo určitou deskripci (‘pes, který mě včera pokousal’). Smyslem užití těchto prostředků je vyčlenění určitého individua z nějaké širší skupiny.[7] Jestliže je první (identifikační) krok úspěšný a je jasné, jakou věc má mluvčí na mysli, lze přistoupit k vlastnímu pojmenování, tj. ke spojení identifikované věci s příslušným jménem (např.: *tento pes je Alík* či *pes, který mě včera pokousal, je Alík*). Až po tomto spojení, které mnohdy mívá slavnostní průběh, se věc může stát součástí našich dalších úvah či řeči, až v okamžiku pojmenování si ji jakoby přisvojíme. Není již jednou z mnoha věcí, které nás obklopují, ale stává se předmětem. To, že máme předem k dispozici jednotlivé předměty, tedy není samo sebou, ale souvisí to s jejich zavedením, tj. s označením jednotliviny pomocí vlastního jména.

Z hlediska našeho výkladu je nyní třeba učinit malou odbočku a poněkud podrobněji se zamyslet nad povahou druhého identifikujícího prostředku, tj. určité deskripce. Při zavádění nového předmětu se jí užívá tehdy, když na příslušnou věc nelze ukázat. Mluvčí za těchto okolností nejprve nalezne určitý „referenční bod“ (či body), což je předmět, který musí být součástí pojmového schématu mluvčího i posluchače. Tak např. chce-li vyučující zavést Platóna, odvolá se k Sokratovi, který je součástí pojmového schématu vyučujícího i studentů, protože se o něm pojednávalo v předcházející hodině. Je-li nyní k dispozici vhodný referenční bod (předmět), je třeba nalézt vztah, který nastává pouze a jen mezi referenčním bodem a zaváděným předmětem. V našem příkladu by to mohl být vztah *nejslavnější žák*. Po nalezení vhodného referenčního bodu i vztahu již vlastně máme k dispozici určitou deskripci, která může posloužit k zavedení nového předmětu (*nejslavnější Sokratův žák je Platón*). V běžné deskripci se však vedle referenčního bodu

[7] Srov. Kripke, *Naming and Necessity*, 113.

a vztahu vyskytují (explicitně či implicitně) i výrazy, jejichž pomocí je charakterizován druh zaváděného předmětu. Tak např. v našem vztahu *nejslavnější žák* se implicitně skrývá, že zaváděné individuum je člověk mužského pohlaví.[8] Dodejme, že deskripce může vést k zavedení předmětu reálného, ale i fiktivního. Naproti tomu zavedení předmětu pomocí gesta spojeného s ukazovacím zájmenem a druhovým termínem může vést pouze k zavedení předmětu reálně existujícího.

Potud úvaha o zavádění jednotlivého předmětu. Na jejím podkladě můžeme nyní přejít k zavádění předmětů obecných, s nimiž pracuje aristotelský koncept vědy (požadavek iii). Problém, jak jsme již naznačili, spočívá v tom, že ve světě kolem nás existují pouze jednotlivé věci. Ty však podle peripatetické koncepce představují celky, které se dále skládají z tzv. metafyzických částí. Tak např. drahocenný prsten představuje celek, jehož částí je mimo jiné i zlato. Se stejnou částí se však setkáváme i u zlatého poháru, mince atd. Všechny zmíněné jednotliviny tak jsou složeny či komponovány z příslušných částí, k nimž v případě prstenu kromě jiného patří i zlato. Pro úplnost dodejme, že koncepce, podle níž jednotlivina představuje složený celek, není výhradně peripatetická. Z našeho hlediska nelze přehlédnout, že ji v současné době, byť v poněkud jiném kontextu, hájí představitel strukturalismu v matematice Michal Resnik, když hovoří o tom, že jednotliviny mají *vnitřní kompozici*.[9] K ní pak patří jen ty vlastnosti, které má příslušný předmět sám o sobě a jimž budeme po vzoru starší tradice říkat *absolutní*. V případě mého prstenu je to jeho materiál, tvar atd., ale to, že je v mém vlastnictví, sem naopak nepatří. Tuto vlastnost totiž nemá prsten o sobě (absolutně), ale v závislosti na existenci něčeho jiného, totiž mě. Běžné konkrétní věci (pes, prsten atd.) tedy mají jednak nějakou vnitřní kompozici a díky tomu vnitřní

---

[8] S obdobnou úvahou, byť v poněkud jiném kontextu, se lze setkat u P. F. Strawsona: „[…] identifikace jednoho druhu individua často závisí na identifikaci individua jiného druhu. Takže mluvčí může, když referuje k určité jednotlivině, o ní mluvit jako o věci jistého obecného druhu, která stojí v jistém specifikovaném vztahu k jiné jednotlivině. K nějakému domu může např. mluvčí referovat jako k domu, který postavil Jack“ – P. F. Strawson, *Individuals: An Essay in Descriptive Metaphysics* (New York: Routledge, 2005), 16–17.

[9] M. Resnik, „Mathematics as a Science of Patterns: Ontology and Reference“, *Nous* 15/4 (1981): 530.

vlastnosti, a jednak nějak souvisí se svým okolím a díky tomu mají vlastnosti vnější či relační. Díky relačním vlastnostem pak vytvářejí věci (potažmo ale i předměty) našeho světa určitou strukturu.

Těmito úvahami jsme však již „ontologicky připraveni“ k tomu, abychom se zamysleli, jak se do našeho diskursu zavádějí obecné předměty. Postupuje se v podstatě analogicky jako v případě předmětů jednotlivých. Opět je zde jazyková komunita, jejímž členem je mluvčí, který má v úmyslu cosi pojmenovat. Pojmenovávaným *x* však již není jednotlivina, ale určitá její vnitřní vlastnost, která je současně složkou i jiných jednotlivin. Chceme-li ji pojmenovat, musíme na ni opět určitým způsobem poukázat. Jazykový prostředek, který k tomu užíváme, nazývá Kripke *definice*. Té však nerozumí běžným způsobem, ale chápe ji spíše v určité analogii k výrazům, pomocí nichž zavádíme jednotlivý předmět. Tak jako pomocí deskripce mluvčí specifikuje, které individuum má na mysli, definicí naznačuje, jakou část individua chce vlastně pojmenovat. To, jak celý proces probíhá, ukazuje Kripke právě na příkladu pojmenování zlata. Mluvčí musí (podobně jako v případě zavádění jednotlivého předmětu) nejprve zlato ze složeného celku vybrat. To lze učinit pomocí definitorického výrazu ‘být substancí, jejíž exemplifikací je tento prsten, tento pohár tato mince atd.’[10] S tímto výrazem následně spojíme termín ‘zlato’ a prohlásíme: *zlato je substance, jejíž exemplifikací je tento prsten, tento pohár, tato mince atd*. Tím již zavedeme, tak jako v předcházejícím případě, příslušný předmět. Takto zavedený předmět má ovšem poněkud jiné ontologicko-epistemologické parametry. Za prvé není jednotlivý, ale obecný. Zlato totiž není metafyzickou částí pouze prstenu, ale i poháru, mince atd.[11] Za druhé je zřejmé, že jsme daný předmět získali jeho pomyslným oddělením od příslušného celku. Tento mentální proces Aristotelés nazval abstrakcí a takto získané předměty jsou proto abstraktní. Za třetí je patrné, že předmět je získán z reálných individuí, což zajišťuje „kripkovská definice“, jejíž součástí jsou reálně existující věci kolem nás (tento

[10] S. Kripke, *Naming and Necessity*, 154.

[11] Předmět tedy není obecný díky tomu, že jej lze vypovídat o mnohých. To by nebyl, jak říká G. Frege, předmětem, ale pojmem. Je obecný díky tomu, že vznikl díky abstrakci. Díky ní jsme oddělili složku, která se nachází v mnohých.

prsten, pohár, mince). Příslušný abstraktní předmět tedy nemá apriorní, ale aposteriorní povahu – pokud by neexistovala smyslová zkušenost, nemohl by být v rozumu. Konečně za čtvrté je zavedený předmět určen tzv. absolutními vlastnostmi individua, nikoli jeho vlastnostmi relačními.

Uvedené parametry zajišťují, že předmět splňuje požadavky (ii) a (iii), nutné pro to, aby o něm mohla být aristotelská věda. Měly by je tedy splňovat i předměty, jimiž se zabývá matematika. Je-li tomu tak, měly by se předměty této disciplíny (v dalším se pro jednoduchost omezíme na čísla) zavádět do diskursu obdobným způsobem, jako jsme to výše mohli pozorovat na příkladu zlata. Opět by zde tedy měl být mluvčí, který musí k identifikaci určitého matematického předmětu, tj. čísla, využít výrazu typu 'být substancí, jejíž exemplifikací je tato věc, tamta věc atd.'. Určitým problémem nicméně je, že se v konkrétní věci žádná složka, která by odpovídala příslušnému číslu, nenachází. Pohár může být zlatý, krásný, drahocenný atd., ale nemůže mít nějakou číselnou vlastnost, např. pět. Tuto vlastnost však mají skupiny individuí, až o skupině pohárů mohu říci: *pohárů je pět*. Naznačený problém není z našeho hlediska fatální a lze jej překonat tak, že pojmenovanou složku nebudeme hledat na individuu, ale až na skupině individuí či, jak se někdy říká, na *agregátu*. Např. číslo pět bychom do vědeckého diskursu mohli zavést tímto způsobem: *pětka je počet, jehož exemplifikací jsou prsty mé pravé ruky, prsty mé levé ruky a tyto poháry.* Naznačený způsob je, jak se zdá, v dobré shodě s naší intuicí. Stačí si přece připomenout, jak jsme se jako děti seznamovali s malými čísly. Nedílnou součástí tohoto procesu byly právě různé skupiny jednotlivin, na něž dospělí ukazovali, přičemž vyřkli příslušnou číslovku.

Podobnost mezi zaváděním běžných obecných předmětů a čísel tedy vede k závěru, že čísla jsou jejich zvláštním druhem a že tedy mají v podstatě tytéž parametry. Jsou za prvé obecná (jsou složkou různých agregátů); za druhé abstraktní (příslušná složka je oddělena od agregátů myšlenkově); za třetí jsou abstrahována z reálných věcí, tj. *a posteriori* (agregáty, z nichž je složka oddělena, existují ve skutečnosti);[12] za čtvrté jsou čísla vnitřními vlastnostmi

[12] Proti realitě čísel mluví skutečnost, že čísla aplikujeme i na agregáty, které mají pouze pomyslnou povahu. O Aristotelových kategoriích lze např. říci, že je jich deset. Např. Tomáš Akvinský si byl tohoto problému dobře vědom, a tak zastával názor, že výrok, v němž predikujeme

příslušných agregátů (agregát by příslušnou vlastnost měl, i kdyby neexistovaly agregáty jiné). Zdá se tedy, že o předmětech tohoto druhu může být věda a že aristotelské vklínění této vědy mezi teologii (metafyziku) a fyziku je zcela oprávněné.

3. Problémy – systematické hledisko

Určité obtíže vyvstanou, když opustíme prostor dětských počtů a ponoříme se do studia „čisté“ aritmetiky. V této vědecky pojaté disciplíně již nemáme zájem o prsty našich rukou či stáda ovcí, ale o samotná čísla. Ta vytvářejí řadu po sobě následujících předmětů, která se rozvíjí do nekonečna. Malá čísla si do diskursu snad zavádíme výše popsaným způsobem, ale jak se vypořádat s čísly většími? Jak si např. zavedeme číslo $9000000^{99999999999}$? Vždyť takto ohromnou skupinu individuí nikdo nikdy neviděl a nedokážeme si ji ani představit.[13] Snad by nás někdo upozornil, že můžeme použít již známé matematické předměty a jejich pomocí vytvořit určitou deskripci (či definici), kterou příslušné číslo do diskursu zavedeme. Vždyť každé číslo lze popsat jako následníka čísla předcházejícího a vysoká čísla prostě následují po číslech nízkých. Využijeme-li tuto proceduru, nemusíme prstem ukazovat na příslušnou skupinu individuí a vyhneme se kripkovskému definování, podle něhož *číslo n je počet, jehož exemplifikací jsou ty a ty agregáty*. Na místo toho využijeme kripkovskou deskripci a nové číslo zavedeme pomocí jeho vztahu k číslům již zavedeným.

Vysoká čísla ovšem nepředstavují jedinou nesnáz. Zdá se totiž, že do matematického diskursu nelze pomocí kripkovské definice zavádět ani čísla

---

číslo o agregátu, který neexistuje reálně, má jiný smysl než výrok, v němž číslo predikujeme o agregátu, který reálně existuje. Je zajímavé doplnit, že právě tento posun smyslu považuje G. Frege za důkaz nesprávnosti koncepce, podle níž je číslo abstrahované z reality. Srov.: P. Sousedík, D. Svoboda, „Is Number an Akcident?“, in *Metaphysics: Aristotelian, Scholastic, Analytic*, ed. L. Novák, D. Novotný, P. Sousedík, D. Svoboda (Frankfurt-Heusenstamm: Ontos Verlag, 2012), 128.

[13] Na problém velkých čísel poukázal, byť v poněkud jiném kontextu, G. Frege. Srov. *Základy aritmetiky*, in *Logická zkoumání; Základy aritmetiky*, přel. Jiří Fiala (Praha: OIKOYMENH, 2011), §5.

racionální. Např. jednu polovinu ($\frac{1}{2}$) nelze zavést tak, že ukážeme na příslušné instance, tj. na půlku chleba či na obyvatele ČR, kteří podporují M. Zemana. Půlka je půlkou jedině ve vztahu k příslušnému celku, tj. k celému chlebu či ke všem obyvatelům ČR. Tuto obtíž bychom mohli překonat v podstatě týmž způsobem jako v předcházejícím případě: racionální čísla zavedeme do diskursu pomocí jejich vztahů k předmětům již zavedeným. Půlku chleba vztáhneme ke chlebu celému, podporovatele M. Zemana ke všem obyvatelům ČR.[14] Kromě racionálních čísel však vyvolávají rozpaky i nula a čísla záporná. Problém je analogický, ve světě kolem nás totiž neexistují instance těchto předmětů. Vždyť na instance agregátů s nulovým či dokonce záporným počtem prvků nelze ukázat, a tak přímočaře pojatá kripkovská definice opět selhává. I v těchto případech však využijeme výše uvedenou strategii a nová čísla zavedeme pomocí deskripce, tj. pomocí vztahů k předmětům již zavedeným.

K čemu však naše úvahy o matematických předmětech vlastně vedou? Zdá se, že jednou je zavádíme pomocí kripkovské definice, která zmiňuje instance, po druhé zas, když instance příslušných čísel k dispozici nemáme, pomocí deskripce, tj. pomocí již zavedených předmětů a jejich vztahu k předmětu zaváděnému. Tento dvojí přístup k zavádění může zcela přirozeně vést k závěru, podle nějž existuje dvojí druh matematických předmětů a v důsledku toho i dvojí druh formulí.

Není bez zajímavosti, že k obdobnému závěru dospěli, byť po poněkud jiných cestách, i někteří matematikové nedávné minulosti. Např. podle D. Hilberta je matematika

[14] Právě tato nesrovnalost vedla staré Řeky k domněnce, že racionální čísla, protože jsou definována vztahově, vlastně čísla nejsou, ale jedná se o pouhé poměry čísel. Nejzáhadnější ovšem bylo, že existuje i taková dělení chleba či obecněji kontinua (nikoli tedy obyvatel či obecněji diskrétní kvantity), jež žádným poměrem dvou skupin celých chlebů (či přirozených čísel) vyjádřit prostě nelze, tj. že existují i čísla iracionální. I v tomto případě ovšem existuje způsob, byť poněkud komplikovanější, jak iracionální čísla pomocí čísel přirozených zavést. S prvním pokusem tohoto druhu se setkáváme již u Eudoxa, jehož myšlenka se zachovala v Eukleidových *Základech*, kniha V. S obdobným řešením se lze setkat i v Dedekindově *Stetigkeit und irrationale Zahlen* (Braunschweig: Friedrich Vieweg, 1872). Diskusi o zavádění různých druhů čísel přehledně shrnuje D. Bostock, *Philosophy of Mathematics* (Oxford: Wiley-Blackwell, 2009), 90–93.

> zásobárnou dvojího druhu formulí, za prvé těch, které odpovídají smysluplnému vyjádření finitistických výroků, a za druhé ostatních formulí, které nesignifikují nic a jsou ideálními strukturami naší teorie.[15]

Finitistické formule se pak týkají

> mimologických konkrétních předmětů, které existují názorně jakožto bezprostřední zkušenost před vším myšlením.[16]

Ostatní formule se naproti tomu týkají ideálních předmětů, které názorné nejsou, tj. nelze si je představit či na ně ukázat.[17]

Takovéto dělení matematických předmětů (potažmo formulí) není podle našeho soudu šťastné, a to i když za ním stojí Hilbertova autorita. Máme za to, že existuje pouze jedna matematika a díky tomu mají její předměty – filosoficky viděno – vždy stejnou povahu. Z navrženého rozdělení se však přesto poučit lze, protože nás opět přivádí k výše zmíněnému dilematu. O povaze matematiky, respektive o povaze jejího předmětu lze uvažovat dvojím způsobem: Můžeme za prvé vyjít z peripatetické myšlenky, podle níž jsou *všechny* matematické předměty více či méně názorné, tj. *a posteriori*. Dospíváme k nim tedy díky zkušenosti s okolním světem, a tak lze nakonec vždy ukázat, že si je zavádíme pomocí kripkovské definice. Výše uvedené problémy bychom sice připustili, nicméně překonávali bychom je v duchu abstrakcionismu. Za druhé můžeme trvat na tom, že *všechny* matematické předměty zavádíme pomocí kripkovské deskripce. Tu pak, jak vyplývá z našeho výkladu, v matematice používáme, když na daný předmět nelze ukázat. Jestliže ovšem takto zavádíme *všechny* matematické předměty, pak na žádný z nich nelze ukázat a jsou tudíž na zkušenosti nezávislé, tj. jsou *a priori*. Poukazování na „instance“ jednotlivých čísel nebudeme považovat za principiální záležitost, ale za heuristický prostředek.

---

[15] D. Hilbert, „Über das Unendliche“, *Mathematische Annalen* 95 (1926): 175–176, citováno podle V. Kolman, *Filosofie čísla* (Praha: Filosofia, 2008), 379.

[16] D. Hilbert, „Die Grundlegung der elementaren Zahlentheorie“, *Mathematische Annalen* 104 (1931): 485–495; citujeme podle V. Kolman, *Filosofie čísla* (Praha: Filosofia, 2008), 521.

[17] Hilbert nebyl stoupencem Aristotela, nýbrž Kanta. Zavedení matematického předmětu by tedy pravděpodobně vysvětloval poněkud jiným způsobem. I on by však byl nucen přiznat, že na počátku takovéhoto zavádění stojí určitá zkušenost s pojmenovávaným předmětem.

V následujícím paragrafu opustíme systematický výklad a připomeneme událost matematických dějin, která naznačuje, že *aposteriorní* abstrakcionismus je v podstatě neudržitelný a která, jak se má obecně za to, vedla ke vzniku alternativních přístupů.[18]

4. Historická mezihra

Na počátku novověku – jistě pod vlivem stále vlivného aristotelismu – vítězila koncepce první a matematika byla nadále řazena mezi abstraktní vědy.[19] Určité rozpaky a obtíže nicméně vyvolal objev a rozšíření algebry. Její postavení se zprvu jevilo jako neproblematické, protože stála jakoby nad všemi ostatními matematickými disciplínami, tj. (podle aristotelského způsobu vyjadřování) byla nad ně abstraktnější a obecnější. Takto uvažuje např. R. Descartes, podle nějž

> musí existovat nějaká obecná věda, která by vysvětlovala všechny otázky týkající se uspořádání a míry bez spojení s určitou materií; ta se označuje nikoli přejatým slovem [tj. algebra], nýbrž už starobylým a užívaným pojmem obecná matematika, protože obsahuje všechno, proč se jiné vědy nazývají částmi matematiky.[20]

Od pěstování běžných matematických disciplín je tedy třeba přejít k jakémusi všeobecnému zkoumání matematiky, tj. právě algebry.

---

[18] Srov. např. M. Detlefsen, „Formalism“, in *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, ed. S. Shapiro (Oxford: OUP, 2005).

[19] Podle J. Locka matematika pojednává o abstraktních předmětech, jako jsou trojúhelníky a čísla. Srov. J. Locke, *Esej o lidském chápání*, kniha IV, kap. 4., §6. Na uvedeném místě se navíc dovozuje, že „poznání, které máme o matematických pravdách, je nejen jistým, ale i reálným poznáním“. Realita je pak v duchu empirismu ztotožněna se světem kolem nás, z nějž jsou matematické předměty abstrakcí získávány. Novověký abstrakcionismus se rozšířil do té míry, že pronikl i do slovníků. V jednom z nich definuje J. Raphson matematiku jako vědu, „která zkoumá kvantitu jako takovou neboli abstrahovanou od látky jakéhokoli smyslově vnímatelného předmětu“. Srov. J. Raphson, J., *A Mathematical Dictionary: or a Compendious Explication of all Mathematical Terms, Abridg'd from Monsieur Ozanam and others* (London: Midwinter and Leigh. 1702), 2.

[20] R. Descartes, *Pravidla pro vedení rozumu,* přel. V. Balík (Praha: oikoymenh, 2010), 37.

Velká míra obecnosti a abstraktnosti algebry nás však již přivádí k jistým obtížím. Ty vychází najevo, když porovnáme algebraické postupy s postupy tradiční geometrie. Ve staré geometrii totiž vždy popisujeme určitý tvar, tj. nikdy v ní neuvažujeme „naslepo", neboť „každá veličina je reprezentována veličinou stejného druhu: přímky přímkami, úhly pomocí úhlů [...]".[21] Naproti tomu předmět algebry není věcí zraku a představivosti a stává se tak výhradně záležitostí intelektu. Není nikde ve světě kolem nás a nelze si jej proto ani představit, protože je čistě rozumový, tj. *a priori*. S tím souvisí, že si jej nemůžeme reprezentovat pomocí znaku, který by s ním měl nějakou podobnost. Tím se ovšem dostáváme za hranice dosavadních matematických disciplín: zatímco v geometrii i aritmetice pracujeme se symboly, které se nějak podobají (nebo přinejmenším mohou podobat) označené kvantitě, v algebře volíme „uměle zavedený symbol, s nímž [označená kvantita] žádnou podobnost nemá". Na označenou kvantitu proto „můžeme za určitých okolností zapomenout, a jediným předmětem našich úvah se pak stane samotný symbol."[22] To konečně dosvědčují i naše běžné školní zkušenosti. Zaměňujeme například pořadí symbolů (podle komutativního zákona), vytváříme jejich různé skupiny (podle asociativního či distributivního zákona) atd., a tak se nám může zdát, že úlohy v algebře (na rozdíl od úloh v geometrii) spočívají v mechanickém přeskupování symbolů a naše aktivity se podobají dejme tomu hře v šach. V šachách i v algebře totiž svým způsobem zapomínáme na smyslově vnímatelný svět, a tak rozumíme Leibnizově metafoře, v níž nazývá algebraické myšlení „slepým" (*cogitatio caeca*).[23]

Právě „slepota" algebraického myšlení však již naznačuje, v čem spočívá ona obtíž, spojovaná s abstraktností. Je-li totiž naše uvažování skutečně slepé, tj. jestliže jsme zapomněli na to, jak „vypadá" označená kvantita, pak přestává být jasné, co je vlastně předmět našich úvah a jak se onen zapomenutý

[21] J. Playfair, „On the Arithmetic of Impossible Quantities", *Philosophical Transaction of the Royal Society of London* 68 (1778): 318.

[22] Tamtéž.

[23] Srov. G. W. Leibniz, *Meditationes de cognitione, veritate, et ideis* [1684], in *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, ed. C. I. Gerhardt (Berlin: 1880; reprint, Hildesheim: Olms, 1965), vol. IV: 423.

předmět vlastně zavádí do matematického diskursu. Uvedeným pochybnostem však není vystavena ani geometrie, ani aritmetika. Jejich předmět máme neustále jakoby před očima a je proto poměrně snadné ukázat, jak ho pomocí kripkovské definice zavádíme.

Nejasnosti ohledně předmětu, jímž se algebra zabývá, tedy naznačují, že tato disciplína ztrácí spojení se světem kolem nás a není proto *a posteriori*, ale spíše *a priori*. To by nás pak mohlo vést k tomuto předběžnému závěru: otázka algebraického předmětu vyvolává oprávněné pochybnosti, které je třeba dále řešit. Aritmetika i geometrie však zůstávají reálné a *aposteriorní*. Zkoumají totiž určitý aspekt našeho světa: první diskrétní kvantitu, druhá kvantitu kontinuální.

Existence elementární algebry však staví před zastánce abstrakcionismu druhou obtíž, která ohrožuje i tradiční pojetí aritmetiky. Abychom jí porozuměli, připomeňme nejprve, že elementární algebra není nic jiného než teorie řešení rovnic. Rovnice, jejichž kořeny jsou přirozená čísla (např. $x + 2 = 7$), jsou, alespoň na první pohled, pro stoupence abstrakcionismu neproblematické. Řešením jsou totiž vždy čísla (v našem případě 5), která máme předem k dispozici a která jsme do diskursu zavedli již dříve pomocí kripkovské definice. Stejně tak by byly neproblematické rovnice typu $x + 7 = 5$, $x + 2 = 2$ či $2x = 1$, jejichž řešením přirozená čísla nejsou. I zde bychom mohli trvat na tom, že daná čísla máme k dispozici, byť jsme upozornili na nesnáze, které souvisí s jejich zaváděním. I přes tento vstřícný krok vyvstala před zastánci tradičního abstrakcionismu překážka, k jejímuž překonání se sil v pravém slova smyslu nedostávalo. O co šlo? Italští algebraikové 16. stol. si uvědomili, že některé rovnice, např. $x^2 = -4$, řešení nemají, protože $\sqrt{-4}$ v oboru dosud známých čísel nic neodpovídá. Nerezignovali však a ustanovili čísla nová, která s naším světem, právě protože byla ustanovena, nemohla mít nic společného. To, že jsou tato čísla skutečně mimo oblast reality, nedosvědčuje pouze jejich pozdější název – *imaginární*,[24] ale především to, že jejich povaha není určena nějakou vnější věcí (přesněji její metafyzickou částí), ale pouze pravidly pro jejich sčítání, odčítání, násobení a dělení. Velmi přesné shrnutí toho, k čemu

[24] Z historického hlediska je třeba doplnit, že s ustanovením nových, mimo realitu se nacházejících imaginárních čísel se lze setkat především v Bombelliho *Algebře* z roku 1572.

v 16. stol. při řešení algebraických rovnic došlo, lze nalézt v Eulerových úvahách, podle nichž

> tato čísla chápeme myslí; existují v naší představivosti a máme o nich dostatečnou ideu; víme totiž, že $\sqrt{-4}$ myslíme číslo, které násobené sebou samým dá −4; z tohoto důvodu nám tedy nic nebrání v tom, abychom užívali tato imaginární čísla při výpočtech.[25]

To, co podle Eulera chápeme naší myslí, není samozřejmě srovnatelné s běžným abstraktním předmětem (např. lidství, který je určitou složkou konkrétního individua), ale je to určeno vztahy k jiným číslům ($\sqrt{-4}$ je např. v určitém vztahu k −4). Později se dokonce začalo ukazovat, že postup zavádění imaginárních čísel lze zobecnit a využít jej k zavádění čísel, s nimiž jsme výše měli určité problémy (záporná, racionální, iracionální).[26] Řešení rovnic tak nabídlo určitou alternativu k abstrakcionismu: k zavádění čísel nás nepřivádí realita kolem nás, ale potřeba řešit matematické rovnice.

Jasný výraz novému trendu dal ovšem až D. Hilbert, který myšlenku týkající se řešení rovnic rozšířil na celou matematiku:

> Je zde problém [tj. v našem případě rovnice]. Hledej jeho řešení. Můžeš jej nalézt *čistým rozumem* [tj. a priori], neboť v matematice není žádné ignorabimus.[27]

Nejenom tedy při řešení rovnic, ale při řešení jakéhokoli matematického problému se neohlížíme na svět kolem nás, ale postupujeme čistě racionálně, tj. nezávisle na smyslovém světě kolem nás.

---

[25] L. Euler, *Vollständige Anleitung zur Algebra,* §145 (Leipzig: Reclam, 1770). Cituji podle L. Kvasz, *Patterns of Change: Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics* (Basel–Berlin: Birkhauser, 2008), 175.

[26] Myšlenka, že různé typy čísel byly zavedeny proto, abychom měli řešení uvedených rovnic, pochází od Peana. Srov. G. Peano, „On the Foundations of Analysis“, In *Selected Works of G. Peano*, ed. H. Kennedy (Toronto: University of Toronto Press 1973), 224. Peanův výklad však není věrným popisem vzniku jednotlivých typů čísel, historicky přesnější je popis Gaussův: C. F. Gauss, „Theoria residuorum biquadraticorum: Commentatio secunda“, *Göttingische Gelehrte Anzeigen*, 23. 4. 1831. Také in: *Carl Friedrich Gauss Werke* (Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1873), vol. II: 173–178. Srov. též M. Detlefsen, „Formalism“, 279.

[27] Srov. D. Hilbert, „Mathematische Probleme“, *Archiv der Mathematik und Physik* 1 (1901): 44–63.

5. Povaha čísel

Objev algebry tedy významným způsobem zpochybnil abstrakcionistické pojetí matematických předmětů, které převládalo v novověku. Jistě není náhodou, že toto zpochybnění nakonec vyústilo v kritiku abstrakce jako takové, s níž se setkáváme u G. Berkeleyho[28] a kterou D. Hume považoval za „největší objev v akademické oblasti v poslední době".[29] K jakému alternativnímu pojetí nás však výše uvedené pochybnosti o zavádění nových čísel vlastně vybízejí? Jistě se nám nabízí platonismus, protože i podle něj se k předmětům matematiky (ale i k ideám) vztahujeme čistě rozumově a mezi nimi a světem našich smyslů zeje hluboká propast. To, že matematikové nalezli čísla, s nimiž si nedokázali ve světě nic spojit, může tedy být problematické pro peripatetické filosofy, pro Platoniky naopak není na celé záležitosti nic paradoxního.

Platonismus je jistě inspirativní, nicméně rozděluje realitu do dvou nesourodých celků (*a priori, a posteriori*), a je tudíž z ontologického hlediska těžko přijatelný. Řešení, jež by nakonec mohl přijmout i střízlivý peripatetický filosof, podle našeho soudu nalezneme, když se znovu zamyslíme nad výše popsaným postupem zavádění imaginárních čísel. Náš mluvčí se, jak patrno, nerozhlíží po jednotlivinách, ale řeší dejme tomu rovnici $x^2 = -4$. Zjišťuje přitom, že v oboru známých čísel její řešení nalézt nelze, tj. jinými slovy, že deskripci 'řešení rovnice $x^2 = -4$' neodpovídá žádný předmět. Ve vědě, která pojednává o našem světě, bychom jistě u tohoto zjištění svá bádání ukončili. Např. každý historik ví, že po r. 1918 v Čechách nevládli králové a že tudíž deskripci 'český král, který je následníkem Karla III.'[30] nic nesplňuje. To pak stačí k tomu, aby se veškeré seriózní diskuse o následníkovi Karla III. rezolutně ukončily. Historik chce ve svém diskursu hovořit jedině o reálných lidech a nechce obor svého diskursu infikovat předměty, jež mají úplně jinou povahu. Než někdo začne hovořit dejme tomu o hrdinských činech Václava V. či o působení Járy Cimrmana na dvoře Přemysla Otakara III., musí nejprve

[28] Srov. M. Tomeček, „A priori matematika u Berkeleyho", *Filosofický časopis* 62/3 (2014): 375.

[29] D. Hume, *A Treatise of Human Nature*, I, 7, s. 10. Překládáme z edice J. Bennetta (2017), která je dostupná online, ⟨http://www.earlymoderntexts.com/assets/pdfs/hume1739book1.pdf⟩.

[30] Karel III. byl poslední český král v letech 1916–1918. Nejedná se tedy o fikci, ale o reálný předmět, který byl do našeho diskursu zaveden výše uvedeným kripkovským způsobem.

přikročit k určité „sémantické přípravě". Ta spočívá v zavedení fiktivního předmětu, např. onoho českého krále, který vládl po Karlu III. Až díky tomuto přípravnému kroku se ustanoví jednotlivý (fiktivní) předmět, o němž můžeme vést další hovor.

Postup, jak si při zavádění takového fiktivního panovníka počínáme, lze opět rekonstruovat pomocí výše uvedených Kripkových úvah. Je zřejmé, že na naše osobnosti nelze ukázat prstem, a tak se jako jediný nástroj k jejich identifikaci jeví určitá deskripce. Ta, jak víme, obsahuje jednak předměty již zavedené (v našem příkladu by to mohl být dejme tomu Karel III.) a dále jedinečný vztah, který nastává mezi zavedenými předměty a předmětem zaváděným (v našem příkladu by to mohl být *bezprostřední následník*). Výsledné zavedení fiktivního historického předmětu by proto mohlo mít např. tuto podobu: *Václav V. je bezprostřední následník Karla III.* Tím je však sémantická příprava ukončena a my můžeme začít o Václavu V. hovořit.

Nyní se již můžeme vrátit k matematikovi, který v 16. stol. řeší rovnice typu $x^2 = -4$. Jak postupuje on? Zprvu podobně jako realisticky uvažující historik konstatuje, že uvedená rovnice nemá řešení, tj. deskripci 'řešení rovnice $x^2 = -4$' neodpovídá žádný předmět. V dalším nás ovšem poněkud překvapí, protože podobně jako historik fantasta zavedl Václava V., překročí i on hranice seriózní vědy a zavede číslo 2i.[31] Využije přitom deskripci, která obsahuje již předmět zavedený (−4) a dále jeho vztah k předmětu zaváděnému (nejvhodnější bude: *x je číslo, které násobené sebou samým dá y*). 2i je pak číslo, které násobené sebou samým dá −4.

Číslo 2i má tedy podobný ontologický status jako Václav V.: v obou případech se jedná o fikce. Takto zavedená čísla tedy neexistují reálně, ale za jejich vznikem stojí činnost naší mysli, jíž bychom snad mohli nazvat *idealizace*. Jak však s takovýmto nečekaným závěrem naložit? Jak se vyrovnat s tím, že dosavadní úvahy vedou opět k závěru, podle nějž existují dva druhy matematických předmětů? Za prvé bychom mohli, tak jak to naznačuje Hilbert (viz závěr části 4) prostě uznat, že v oboru matematického diskursu se setkáváme nejenom s reálnými, ale i s fiktivními předměty. Matematika

[31] Ponechejme stranou problém, že rovnice $x^2 = -4$ nemá jedno, nýbrž dvě řešení. Výraz 'řešení rovnice $x^2 = -4$' tedy neidentifikuje jeden, nýbrž dva matematické předměty.

by tak ovšem připomínala výše popsané fantazírování, v jehož rámci hovoříme nejenom o reálných, ale i vymyšlených historických osobnostech. Za druhé lze restriktivně omezit matematický diskurs jen na ty předměty, jež považujeme za reálné. Matematika by tak připomínala diskurs historické vědy, v níž nás zajímají pouze reálné osobnosti. Tomuto přístupu se v dnešní době přibližuje, L. E. J. Brouwer a jeho následovníci, tj. intuicionisté či konstruktivisté. Stoupenci těchto přístupů nicméně nechápou existenci ve výše popsaném realistickém smyslu, ale mají za to, že existuje pouze to, co lze konstruovat.[32] Konečně za třetí je možné prohlásit, že všechny matematické předměty jsou fikcemi (imaginární čísla i nekonečno), což je mimo jiné potvrzeno i výše zmíněnými pochybnostmi týkajícími se abstrakce a dále řazením matematiky mezi svobodná umění.

Naše dosavadní úvahy jasně naznačují, že se nám jako nepřijatelnější jeví třetí „fikcionalistická“ alternativa, protože spojuje výhody platonismu a aristotelismu. Tak jako platonisté totiž považujeme všechny matematické předměty za jednotlivé. Dále máme za to, že tyto předměty nejsou abstrahované, ale existují v jakési apriorní, na zkušenosti nezávislé oblasti. Tato apriorní oblast však nemá reálnou existenci, a tak můžeme nadále trvat na střízlivé aristotelské ontologii. Odmítnutí robustní ontologie spojované s platonismem má pak velmi zajímavý důsledek pro teorii poznání. Vyjdeme-li totiž z předpokladu, že vědění a pravda se týkají reálného světa (z adekvační či korespondenční teorie pravdy), pak matematika nemůže být vědou ve vlastním slova smyslu, protože její předměty prostě reálné nejsou. O pravdivosti či nepravdivosti jejích tvrzení lze v jejím případě hovořit jako o pravdivosti či nepravdivosti výroků nějakého bájného vyprávění. Tím je ovšem platonismus obrácen tak říkajíc naruby. Pravda ve vlastním slova smyslu se týká výhradně světa kolem nás a nikoli jakýchsi ideálních entit, jež vytvořila naše mysl.[33]

---

[32] Z našeho hlediska není bez zajímavosti, že Hilbertův i Brouwerův přístup vznikly v určité reakci na Cantorovu teorii množin. Problém, jímž se tedy oba zabývali, je tedy *mutatis mutandis* analogický s naším. Tak jako my jsme se vyrovnávali s obtížemi při zavádění imaginárních čísel, vyrovnávali se Hilbert i Brouwer s otázkou, jak lze zavést do diskursu nekonečno.

[33] Srov. H. Field, *Science without Numbers* (Princeton: Princeton University Press, 1980).

V naší dosavadní analýze se však neskrývá pouze poučení ohledně fiktivního statusu matematických předmětů, ale navíc je v ní obsaženo upřesnění týkající se jejich povahy. Když jsme v části 3 srovnávali nenázornost algebry s názorností geometrie, poukázali jsme na to, že předmět algebry musí být čistě inteligibilní, tj. nelze si jej (tak jako v geometrii) představit. V případě imaginárních čísel, která řeší určitý problém (určitý typ rovnic), matematikové rozumem jasně chápali jejich ideu (Euler, viz výše), nicméně si o nich nedokázali učinit žádnou názornou představu. Právě v tomto ohledu se však historický fantasta od matematika podstatně odlišuje, protože o svých osobnostech představu vcelku dobrou má. Rozdíl při zavádění 2i a Václava V. tedy spočívá v tom, že imaginární čísla jsou předmětem čistého myšlení, zatímco vymyšlené historické osobnosti nikoli. Co však přesněji znamená onen obrat ‘předmět čistého myšlení’? Klíč lze nalézt, když porovnáme deskripci, jíž se zavádí historická fikce (Václav V.) s deskripcí, jíž se zavádí fikce racionální (2i). Tyto dvě deskripce se jistě shodují v tom, že jejich součástí je vedle již zavedených předmětů (Karel III., −4) i vztah k předmětu zaváděnému (*x je následník y*, *x je číslo, které násobené sebou samým dá y*), avšak právě na povahu tohoto vztahu se je třeba podívat podrobněji.

Vztah panovnické následnosti mezi Václavem V. a Karlem III. je zřejmě kontingentní, tj. Václava V. lze myslet, i kdyby byl následníkem někoho úplně jiného. Odmyslíme-li si tedy tento vztah od naší historické představy, nemění se na ní nic podstatného a Václav V. zůstává Václavem V. Identita Václava V. je tak dána tím, co jsme výše nazvali *vnitřní kompozicí*, tj. absolutními vlastnostmi. Nový předmět tak sice zavádíme pomocí deskripce, která obsahuje vztah, nicméně ten nepatří k zaváděnému předmětu nutně.

Se vztahem mezi 2i a −4 je tomu však poněkud jinak. Kdybychom si totiž od čísla 2i odmysleli jeho vztah k −4, odebrali bychom mu tím cosi podstatného a 2i by přestalo být 2i. K podstatě tohoto čísla tedy mimo jiné patří i jeho vztah k −4, tj. právě vztah, s jehož pomocí jsme je zavedli. Totéž ovšem platí i o jeho vztazích ke všem ostatním číslům. Např. 2i by jistě přestalo být opět samo sebou, kdyby přestalo platit, že je menší než 3i atd. Identita našeho čísla tedy není, na rozdíl od Václava V., určena jeho vnitřní kompozicí, tj. absolutními vlastnostmi, ale jeho vztahy k číslům ostatním.

Jestliže se nám ovšem takto podařilo prokázat, že identita jednoho čísla je určena jeho vztahy k číslům ostatním, pak by totéž mělo platit i pro čísla ostatní. I ta totiž mají, podle našeho předpokladu, stejný ontologický status.

Jak Václav V., tak 2i se tedy shodně nacházejí v příslušném vztahovém systému, který souvisí i s jejich zaváděním. Václava V. nicméně mohu přenášet z jednoho vztahového kontextu do druhého, 2i nikoli. U fiktivního historického předmětu tedy mohu proměňovat vztahy, které má ke svému okolí, v případě matematického předmětu tyto vztahy variovat nelze. Podstata historického předmětu je tedy dána absolutními vlastnostmi (vnitřní kompozicí), přičemž příslušné vztahy jsou pouhými akcidenty, podstata matematického předmětu je naopak určena výhradně vztahově.

Tato úvaha nás tentokrát přibližuje k současnému strukturalismu. Jeden z jeho nejvýznačnějších současných proponentů M. Resnik totiž říká, že

> v matematice [...] nemáme předměty s „vnitřní“ kompozicí, které by byly dále uspořádány do struktur, ale máme pouze struktury. Předměty matematiky, tj. entity, které denotují naše matematické konstanty a kvantifikátory, jsou body bez další [vnitřní] struktury [tj. nemají absolutní vlastnosti]. Jakožto pozice ve struktuře nemají identitu ani nějaké vlastnosti mimo příslušnou strukturu.[34]

Předmětem matematického zkoumání se tak mohou stát pouze čísla určitého druhu najednou. Ta pak vytvářejí vztahový rámec, jemuž říkáme *struktura*. Podle S. Shapira platí tato myšlenka nejenom pro odlehlé části matematiky, ale i našemu názoru dostupná čísla přirozená. I jejich esence je totiž určena

> vztahy k ostatním přirozeným číslům. Předmětem aritmetiky je samotná abstraktní struktura, tj. určitý vzorec [*the pattern*] společný jakémukoli nekonečnému souboru předmětů, v němž platí vztah následnosti a který splňuje [...] princip indukce.[35]

S naším obratem ke strukturám však souvisí otázka, která týká způsobu jejich existence, což připomíná problém univerzálií. Podle Shapira totiž struktury

[34] M. Resnik, „Mathematics as a Science of Patterns“, 530.

[35] S. Shapiro, *Philosophy of Mathematics, Structure and Ontology* (Oxford: Oxford University Press, 1997), 72.

podobně jako obecniny mohou existovat *ante rem*, *in rebus*.[36] Úvahy, jež nás vedly k fikcionalismu, jasně naznačují, že dáváme přednost první alternativě. Na rozdíl od Shapira však máme za to, že struktury nejsou reálné, ale fiktivní.

6. Závěr

V rámci našich úvah jsme se pokusili především vymezit vůči peripatetické myšlence, že matematické předměty mají abstraktní povahu a matematika díky tomu patří mezi teoretické vědy v tradičním slova smyslu. Kritika nás následně přivedla k pokusu formulovat vlastní stanovisko, které se v určitém ohledu blíží soudobému fikcionalismu, v jiném pak strukturalismu. Zvláště pak spojení s fikcionalismem naznačuje, že v matematice nejde (tak jako v běžných teoretických vědách) o kontemplaci reálně existujících entit a její řazení do souboru teoretických věd je tedy neoprávněné. Není bez zajímavosti podotknout, že náznaky myšlenek, které se blíží k podobným závěrům, nalézáme i u aristotelsky orientovaného Tomáše Akvinského. I podle něj totiž existují vědy*, které neobnášejí pouze poznání, ale i nějaký výkon, který bezprostředně přísluší samotnému rozumu*. K nim pak patří disciplíny obsažené v korpusu svobodných umění, tj. mimo jiné geometrie a aritmetika. Naproti tomu ovšem podle téhož autora existují i vědy, v nichž pouze kontemplujeme a jimž *nepřísluší žádný výkon mimo samotné poznání*. Mezi tyto vědy pak podle Tomáše patří metafyzika a přírodní filosofie.[37] S těmito Tomášovými tendencemi dobře souzní myšlenka, že Aristotelův postoj k matematice, alespoň podle některých soudobých interpretů, lze alespoň v některých kontextech hodnotit jako určitou verzi fikcionalismu.[38]

Pojetí matematiky a její role v souboru vědění je tedy na základě úvah o jejím předmětu v podstatě velmi jednoduché. Lidskou racionalitu jako celek nelze podle našeho mínění výlučně redukovat ani na teorii ve smyslu aristotelské fyziky či metafyziky, ani na soudobý model matematizované vědy. Oba

[36] Tamtéž, 84.

[37] Srov. Tomáš Akvinský, *In Boëth. De Trin.*, pars 3., q. 5, a. 1, ad 3.

[38] Srov. např. P. Corkum, „Aristotle on Mathematical Truth“, *British Journal for the History of Philosophy* 20 (2012): 763–776.

přístupy k realitě jsou jistě oprávněné a nalézají význačné uplatnění. Chybou však je redukovat jeden přístup na druhý či druhý na první! Dopustíme-li se jí, vyvstane před námi omezené, snad by se chtělo říci přímo primitivní pojetí lidské racionality.[39]

Acknowledgement

Tato publikace vznikla v rámci projektu „Metafyzika vztahů ve druhé scholastice“, č. 18-05838S, Grantové agentury České republiky, řešeného ve Filosofickém ústavu Akademie věd České republiky.

BIBLIOGRAFIE

Aristotelés. *Druhé Analytiky*. Přeložil A. Kříž. Praha: Akademie věd, 1962.

Bostock, David. *Philosophy of Mathematics*. Oxford: Wiley-Blackwell, 2009.

Corkum, Phil. „Aristotle on Mathematical Truth“. *British Journal for the History of Philosophy* 20 (2012): 763–776.

Dedekind, Richard. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Braunschweig: Friedrich Vieweg, 1872.

Detlefsen, Michael. „Formalism“. In *The Oxford Handbook of Philosophy of Mathematics and Logic*, edited by S. Shapiro, 236–317. Oxford: OUP, 2005.

Descartes, René. *Pravidla pro vedení rozumu*. Přeložil V. Balík. Praha: oikoymenh, 2010.

Euler, Leonhard. *Vollständige Anleitung zur Algebra*. Leipzig: Reclam, 1770. Citováno podle: Ladislav Kvasz, *Patterns of Change: Linguistic Innovations in the Development of Classical Mathematics* (Basel–Berlin: Birkhauser, 2008).

Filed, Hartry. *Science without Numbers*. Princeton: Princeton University Press, 1980.

Frege, Gottlob. *Základy aritmetiky*. In Gottlob Frege, *Logická zkoumání; Základy aritmetiky*, přel. Jiří Fiala. Praha: oikoymenh, 2011.

[39] Toto téma hojně rozvíjí J. Ratzinger (papež Benedikt XVI.). Srov. např. J. Ratzinger, *Úvod do křesťanství* (Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2007); Benedikt XVI., *Světlo světa: Papež, církev a znamení doby* (Brno: Barrister Principal, 2011), aj.

Gauss, Carl Friedrich. „Theoria residuorum biquadraticorum: Commentatio secunda". *Göttingische Gelehrte Anzeigen*, 23. 4. 1831. Též in: *Carl Friedrich Gauss Werke*, vol. II: 173–178. Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1873.

Hilbert, David. „Die Grundlegung der elementaren Zahlentheorie". *Mathematische Annalen* 104 (1931): 485–495. Citováno podle: V. Kolman, *Filosofie čísla* (Praha: Filosofia, 2008)

———. „Mathematische Probleme". *Archiv der Mathematik und Physik* 1 (1901): 44–63.

———. „Über das Unendliche". *Mathematische Annalen* 95 (1926): 161–190. Citováno podle: V. Kolman, *Filosofie čísla* (Praha: Filosofia, 2008).

Hume, David. *A Treatise of Human Nature*. Edited by J. Bennett. 2017. Online, ⟨http://www.earlymoderntexts.com/assets/pdfs/hume1739book1.pdf⟩.

Kripke, Saul. *Naming and Necessity*. New York: Wiley-Blackwell, 1991.

Leibniz, Gottfried Wilhelm. *Meditationes de cognitione, veritate, et ideis* [1684]. In *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, edited by C. I. Gerhardt, vol. IV: 422–427. Berlin: 1880. Reprint, Hildesheim: Olms, 1965.

Locke, John. *Esej o lidském chápání*. Praha: oikoymenh, 2012

Peano, Giuseppe. „On the Foundations of Analysis". In *Selected Works of G. Peano*, edited by H. Kennedy, 219–226. Toronto: University of Toronto Press 1973.

Platón. *Ústava*. Praha: oikoymenh, 1999.

Playfair, John. „On the Arithmetic of Impossible Quantities". *Philosophical Transaction of the Royal Society of London* 68 (1778): 318–343.

Raphson, Joseph. *A Mathematical Dictionary: or a Compendious Explication of all Mathematical Terms, Abridg'd from Monsieur Ozanam and others*. London: Midwinter and Leigh. 1702.

Ratzinger, Joseph [Benedikt XVI.]. *Úvod do křesťanství*. Kostelní Vydří: Karmelitánské nakladatelství, 2007.

———. *Světlo světa: Papež, církev a znamení doby*. Brno: Barrister Principal, 2011.

Resnik, Michael. „Mathematics a s a Science of Patterns: Ontology and Reference". *Nous* 15/4 (1981): 529–550.

Shapiro, Stewart. *Philosophy of Mathematics, Structure and Ontology*. Oxford: Oxford University Press, 1997.

Strawson, Peter Frederick. *Individuals: An Essay in Descriptive Metaphysics*. New York: Routledge, 2005.

Sousedík, Prokop a David Svoboda. „Is Number an Akcident?“ In *Metaphysics: Aristotelian, Scholastic, Analytic*, edited by L. Novák, D. Novotný, P. Sousedík and D. Svoboda, 123–142. Frankfurt-Heusenstamm: Ontos Verlag, 2012.

Svoboda, David a Prokop Sousedík. „Tomáš Akvinský a vědecký status matematiky“. *Filosofický časopis* 67/4 (2019): 521–539.

Tomáš Akvinský. *Super Boetium De Trinitate.* Textum a Bruno Decker Lugduni Batavorum 1959 editum et automato translatum a Roberto Busa SJ in taenias magneticas denuo recognovit Enrique Alarcón atque instruxit. In Corpus Thomisticum. Online, ⟨https://www.corpusthomisticum.org/cbt.html⟩.

Tomeček, Marek. „A priori matematika u Berkeleyho“. *Filosofický časopis* 62/3 (2014): 369–385.

Mgr. Ing. Prokop Sousedík, **Ph.D.,** působil jako vědecký pracovník na Filosofickém ústavu AV ČR. Zabývá se logikou, epistemologií a ontologií. Je autorem knihy *Logika pro studenty humanitních oborů* a spoluautorem knihy J*e matematika věda?*

Adresa: Filosofický ústav AV ČR, v. v. i., Jilská 1, 110 00 Praha 1,

E-mail: prokop.sousedik@seznam.cz